

TỐI ƯU HOÁ VỎ THOẢI CÓ CỐT

PGS. TS. **TRẦN MINH**

Học viện Kỹ thuật quân sự

ThS. **TRẦN NGỌC TRÌNH**

Đại học Kiến trúc Hà Nội

Tóm tắt: *Bài báo giới thiệu việc áp dụng phương pháp quy hoạch tuyến tính để giải bài toán tối ưu hoá vỏ thoải có gân tăng cứng. Kết quả tính cho vỏ bê tông cốt thép cho thấy trọng lượng vỏ giảm đi đáng kể khi sử dụng phương án tối ưu.*

1. Đặt vấn đề

Trong các kết cấu có cốt tăng cứng dạng tấm, vỏ khi xét bài toán tối ưu, thuận lợi nhất là thay đổi cốt liệu. Vì như thế không làm thay đổi hình dáng kiến trúc và tính năng sử dụng của kết cấu. Chính vì thế mà bài toán tối ưu hóa vỏ có cốt tăng cứng được đặt ra là: tìm phương án sắp xếp cốt liệu hợp lý nhất với hình dáng đã cho của vỏ sao cho thỏa mãn phương trình cân bằng và đảm bảo điều kiện bền, đồng thời số lượng cốt là bé nhất. Với cách đặt bài toán như vậy, phương đặt cốt coi như đã biết.

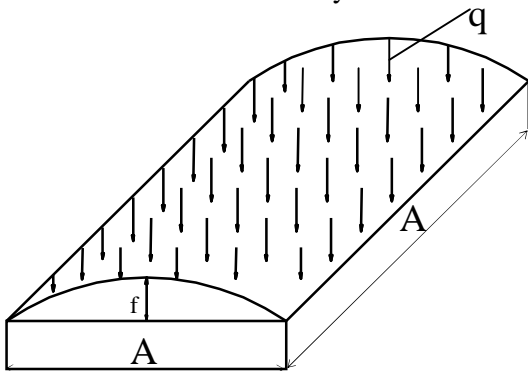
2. Thiết lập bài toán tối ưu

Xét vỏ thoải có bề mặt được mô tả bởi phương trình:

$$z = \frac{1}{2} f A^{-2} (x^2 + y^2) \quad (1)$$

Nếu khuôn vỏ là hình vuông thì A là cạnh hình vuông đó; f - là mũi tên (hình 1). Vì vỏ thoải nên bán kính cong là hằng số và bằng:

$$K = K_x = K_y = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = f A^{-2}; \quad (2)$$



Hình 1. Vỏ thoải chịu lực phân bố

Phương trình cân bằng của vỏ, theo [2] được viết dưới dạng:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = 0; \\ -KN_x - KN_y + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + q = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Trong đó $q(x,y)$ lực phân bố thẳng đứng; M_x, M_y, M_{xy} - mô men uốn và mô men xoắn; N_x, N_y, N_{xy} - lực dọc và lực cắt. Đưa vào các đại lượng mô men và lực không thứ nguyên sau:

$$n_x = \frac{16N_x t}{qA^2}; n_y = \frac{16N_y t}{qA^2}; n_{xy} = \frac{16N_{xy} t}{qA^2};$$

$$m_x = \frac{16M_x}{qA^2}; m_y = \frac{16M_y}{qA^2}; m_{xy} = \frac{16M_{xy}}{qA^2}.$$

Trong đó $t = \text{constant}$ là cánh tay đòn của cặp nội lực. Khi đó hệ phương trình (3) có dạng:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial n_y}{\partial y} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial x} = 0; \quad k = \frac{KA^2}{t} = \frac{f}{t}; \\ -\frac{k}{16}(n_x + n_y) + \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} - 2\frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} + 1 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Trường nội lực và mômen cần thỏa mãn điều kiện bền. Ở đây ta sử dụng điều kiện cân bằng giới hạn của N. I. Karpenko - X. T. Morli [1]:

$$\left. \begin{aligned} m_{xy} + 0,5n_{xy} + m_x - 0,5n_x - m_{chx} \leq 0; \\ m_{xy} + 0,5n_{xy} + m_y - 0,5n_y - m_{chy} \leq 0; \\ m_{xy} - 0,5n_{xy} - m_x - 0,5n_x - m_{chx}^* \leq 0; \\ m_{xy} - 0,5n_{xy} - m_y - 0,5n_y - m_{chy}^* \leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Trong đó: $m_{chx} = \frac{16M_{chx}}{qA^2}$; $m_{chy} = \frac{16M_{chy}}{qA^2}$. $m_{chx}^* = \frac{16M_{chx}^*}{qA^2}$; $m_{chy}^* = \frac{16M_{chy}^*}{qA^2}$. là cận dưới và cận trên giới hạn chảy của vật liệu cốt.

Hàm mục tiêu (thể tích cốt) được viết dưới dạng:

$$V = \int_S (M_{chx} + M_{chy} + M_{chx}^* + M_{chy}^*) dS \quad (6)$$

Trong đó: $M_{chx} = \sigma_b F_{cx} t$; $M_{chy} = \sigma_b F_{cy} t$ - giới hạn chảy của vật liệu cốt theo các phương x, y tương ứng khi mômen dương; M_{chx}^* ; M_{chy}^* - cũng là các giá trị đó khi mômen âm; S - diện tích bề mặt vỏ.

Để thuận tiện, thay tích phân (6) bằng biểu thức sau:

$$J = \sum_{i=1}^n F_i (M_{chx}^i + M_{chy}^i + M_{chx}^{i*} + M_{chy}^{i*}) \quad (7)$$

Trong đó F_i - diện tích mặt cắt ngang của cốt. Như vậy bài toán tối ưu đặt ra là:

Tìm các giá trị $M_x, M_y, M_{xy}, M_{chx}, M_{chy}, M_{chx}^*, M_{chy}^*, N_x, N_y, N_{xy}$ sao cho thỏa mãn ràng buộc (5) và hàm mục tiêu (7) đạt giá trị cực tiểu.

Các phương trình dạng (3) hoặc (4) phải thỏa mãn điều kiện biên. Nếu xung quanh mặt khuôn vỏ ngàm cứng thì độ võng, góc xoay bằng không, nếu tựa tự do thì:

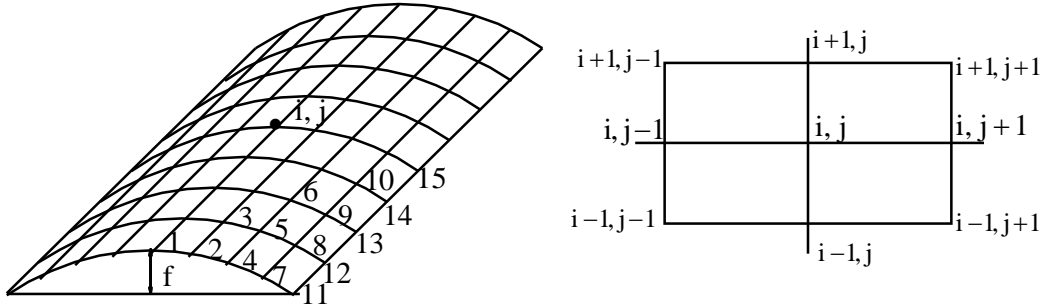
$$\left. \begin{aligned} x = \pm A: M_x = 0, N_x = 0, \\ y = \pm A: M_y = 0, N_y = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

3. Thuật toán giải bài toán tối ưu

Bài toán tối ưu đặt ra, được giải bằng phương pháp quy hoạch tuyến tính [3]. Để thực hiện phương pháp đó, trước hết ta chia bề mặt vỏ bằng lưới sai phân (hình 2).

Khi đó, phương trình (4) được viết dưới dạng sai phân:

$$\left. \begin{aligned} n_x^{i+1} - n_x^{i-1} + n_{xy}^{j+1} - n_{xy}^{j-1} &= 0; & n_y^{j+1} - n_y^{j-1} + n_{xy}^{i+1} - n_{xy}^{i-1} &= 0; \\ -\frac{k}{16} n_x^{ij} - \frac{k}{16} n_y^{ij} + m_x^{i+1} - 2m_x^{ij} + m_x^{i-1} + \\ + 0,5(m_{xy}^{i+1,j+1} + m_{xy}^{i-1,j+1} - m_{xy}^{i+1,j-1} - m_{xy}^{i-1,j-1}) + m_y^{j+1} - 2m_y^{ij} + m_y^{j-1} + 1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$



Hình 2. Lưới sai phân

Xét vỏ thoải bằng bê tông (mác 200) và cốt thép (CT3), kích thước A=6m, tựa tự do xung quanh mặt khuôn đế. Do tính đối xứng, ta xét một phần tư vỏ và xét 15 nút của lưới sai phân. Kết quả tính toán bằng phần mềm Matlab cho trên bảng 1 khi lấy k = 32. Kết quả bố trí cốt theo phương án tối ưu cho trên hình 3 (cốt cấu tạo không thể hiện trên hình vẽ).

Bảng 1. Kết quả tính toán số

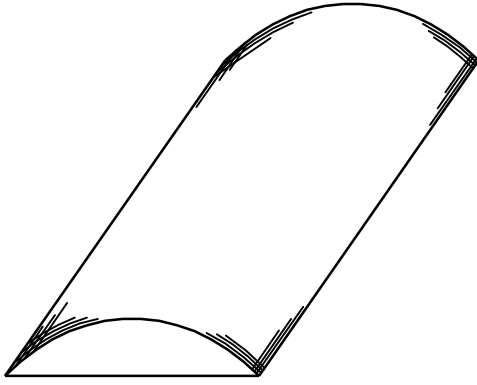
f/t	Nội lực	Nút															D
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
32	n_x	0,12	0,24	0,3	0,11	0,2	0,21	0,09	0,17	0,2	0,21	-	-	-	-	-	0,68
	n_y	0,12	0,27	0,3	0,26	0,32	0,21	0,31	0,43	0,29	0,21	0,53	0,57	0,46	0,27	-	
	n_{xy}	-	-	0,15	-	0,07	0,13	-	0,05	0,2	0,25	-	0,09	0,35	0,49	0,76	
	m_x	0,06	0	0	0,05	0,006	0,04	0	0	0	0	-	-	-	-	-	
	m_y	0,06	0,05	0	0,13	0	0,04	0,15	0,03	0,05	0	0,05	0	0,03	0	-	
	m_{xy}	-	-	0,15	-	0	0	-	0,06	0	0	-	0	0	0	0,53	
	m_{chx}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,11	0,91	
	m_{chy}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	0,17	0,24	0,91	

Tổng số lượng cốt là:

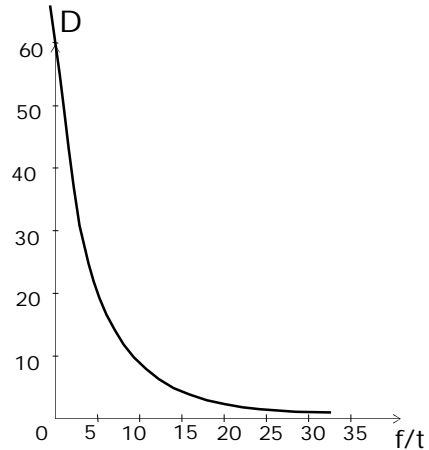
$$J = \frac{0,68qA^4}{t\sigma_b} = D \frac{qA^4}{t\sigma_b} \quad (10)$$

Trong đó D là hệ số, được coi là chỉ số đánh giá hiệu quả bố trí hợp lý và chi phí cốt liệu của kết cấu, σ_b - giới hạn bền của vật liệu cốt.

Chiều cao vỏ có ảnh hưởng lớn đến chi phí cốt liệu trong phương án tối ưu. Trên hình 4, biểu thị sự ảnh hưởng đó.



Hình 3. Vị trí bố trí cốt trong phương án tối ưu



Hình 4. ảnh hưởng của chiều cao vỏ

4. Kết luận

- Trong phương án tối ưu, cốt liệu được bố trí tại các góc vỏ, còn phía trên chỉ cần bố trí cốt cấu tạo. Điều đó cho phép giảm số lượng cốt đến 5,2 lần nếu so sánh với trường hợp đặt cốt theo lưới vuông trên toàn bộ vỏ [1];

- Trong phương án tối ưu, chiều cao vỏ f (mũi tên) có ảnh hưởng rõ rệt đến hiệu quả sử dụng cốt liệu của kết cấu. Mũi tên càng nhỏ chi phí càng cao.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. G. Rozvany. Rational approach to plate design. Journal of ACI, v.63, №10, 1996.
2. Н. В. Косунов. Основа расчета упругих оболочек. "Высшая школа", 1964.
3. М. И. Рейтман, Б. Ю. Мирзабемян. Определение несущей способности оболочек и оптимальное проектирование железобетонных оболочек с помощью линейного программирования. В сб. Исследования конструкций зданий и сооружений для сельского строительства, вып. II-1 Стройиздат, 1969.