

## SỬ DỤNG THIẾT BỊ ĐIỀU CHỈNH KHỐI LƯỢNG ĐỂ HẠN CHẾ CHUYỂN VỊ NGANG CỦA KẾT CẤU

ThS. **PHÙNG NGỌC DŨNG**

Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội

Tóm tắt: Đối với các kết cấu có chiều cao lớn chịu tải trọng động như gió hay động đất, để đảm bảo chuyển vị ngang nằm trong giới hạn cho phép thì kết cấu phải có một kích thước hình học nhất định nào đó tạo ra độ cứng đủ lớn và sẽ hạn chế được chuyển vị ngang. Việc tăng kích thước tiết diện dẫn đến nhiều hệ lụy như: chi phí tăng lên, biện pháp thi công phức tạp hơn,... Ngoài ra, dưới tác dụng của tải trọng động lên kết cấu cao tầng như ống khói, tháp hay nhà nhiều tầng thì độ cản của bản thân kết cấu (damping) có ảnh hưởng rất quan trọng tới ứng suất cũng như chuyển vị ngang của kết cấu. Bài báo này đề cập đến hai vấn đề chính: hạn chế chuyển vị ngang của kết cấu có chiều cao lớn nhờ sử dụng một thiết bị điều chỉnh khối lượng (Tuned Mass Damper - TMD); tầm quan trọng của độ cản trong kết cấu tới phản ứng của chúng khi chịu tải trọng động.

### 1. Giới thiệu

#### a. Kết cấu được nghiên cứu

Kết cấu là một ống khói bằng thép, thân là hình trụ tròn. Tiết diện ngang hình vành khuyên và không đổi trên suốt chiều cao. Ống khói được xem như một con số nằm tại móng (cốt ±0.00). Về mặt kết cấu, ống khói được mô phỏng như một dầm Bernoulli, bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc, lực cắt. Vật liệu thép xem như làm việc trong giới hạn đàn hồi. Các tính chất của ống khói cho trong bảng sau:

**Bảng 1.** Các tính chất của ống khói bằng thép

Chiều cao (m)	Đường kính ngoài (m)	Đường kính trong (m)	Chiều dày (m)	Mô đun đàn hồi E (GPa)	Khối lượng riêng $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Mô men quán tính (m <sup>4</sup> )	Mô men chống uốn (m <sup>3</sup> )
38	3.6	3.585	0.015	200	7800	2.18491	1.21384

#### b. Lực tác dụng

Tải trọng tác dụng lên kết cấu chỉ là gió. Tải gió bao gồm hai thành phần tĩnh và động. Thành phần tĩnh được xem như lực tĩnh không thay đổi theo thời gian. Việc thiết kế hay phân tích kết cấu dưới tác dụng của tải tĩnh này khá đơn giản, nên không đề cập trong khuôn khổ bài báo. Thành phần động có thể được mô hình theo một số phương pháp khác nhau [4], [5]. Khi tác dụng vào kết cấu mỏng và cao như ống khói, cơ chế gió cuộn (vortex shedding) thường chiếm ưu thế [5]. Nó có thể được mô tả bằng một hàm sine của thời gian và vận tốc [5]. Vận tốc của gió thay đổi trong khoảng (0:100) km/h, tức là (0:27.8) m/s. Hàm của tải trọng gió này được thể hiện như sau:

$$p(t) = p_0 D \sin(2\pi n_s t) \quad (1) [4], [5]$$

Trong đó:  $p_0$  – áp lực động lực chính -  $p_0 = \frac{1}{2} \rho_{air} C_d U^2$  (2) -  $\rho_{air} = 1.2 \text{kg/m}^3$ ;  $C_d = 0.5$ ; ( $\rho_{air}$  - tỷ trọng không khí và  $C_d$  - hệ số);  $U$  – vận tốc trung bình của gió;  $n_s$  – tần số của gió khi lốc -  $n_s = \frac{SU}{D}$  (3) [5]; với  $S = 0.4$ ;  $D$  – kích thước của vật chắn gió.

#### c. Thiết bị điều chỉnh khối lượng - Tuned Mass Damper (TMD)

TMD là một thiết bị được gắn vào đỉnh của ống khói nhằm hạn chế chuyển vị của nó khi chịu tải trọng động. Các tính chất của TMD bao gồm: độ cứng (k), khối lượng (m) và độ cản (damping-c). Trong thực tế các giá trị này sẽ được xác định chính xác sau khi tính toán phản ứng của kết cấu với sự có mặt hoặc không có mặt của TMD. Tuy nhiên, trong khuôn khổ bài báo này, các giá trị của khối lượng và tỷ số cản sẽ được giả sử trước, sau đó dựa vào việc thay đổi giá trị độ cứng của TMD, ta có thể xác định được giá trị độ cứng hợp lý của TMD

sao cho chuyển vị ngang của TMD cũng như chuyển vị ngang của toàn bộ ống khói nhỏ hơn một giá trị cho phép nào đó (tương đương với việc tính toán theo trạng thái giới hạn 2). Giá trị khối lượng m của TMD thường nhỏ hơn 300kg, và hệ số cản damping ( $\xi$ ) khoảng 5%-10% [1-3].

#### d. Các yêu cầu kiểm tra

Dưới tác dụng của tải trọng gió, các phản ứng của kết cấu (như chuyển vị, vận tốc, gia tốc, nội lực,...) sẽ thay đổi theo thời gian và phụ thuộc vào vận tốc gió. Các tiêu chí sẽ được kiểm tra trong bài báo:

- Xác định chuyển vị lớn nhất của ống khói với sự có mặt hoặc không có mặt của TMD;
- Kiểm tra kết cấu với các tính chất khác nhau của TMD, với điều kiện ràng buộc là: chuyển vị ngang của TMD phải nhỏ hơn 20cm và chuyển vị ngang của kết cấu phải nhỏ hơn 4cm;
- Kiểm tra ứng suất cực đại tại đáy trong hai trường hợp: không kể đến độ cản của kết cấu và có kể đến độ cản của kết cấu. Ứng suất cực đại tại chân ống khói phải nhỏ hơn 50MPa.

## 2. Các phương pháp giải và bước giải

Do tải trọng gió thay đổi theo thời gian và vận tốc dưới dạng hàm hình sin, phản ứng của kết cấu là động học. Để xác định phản ứng các điểm tại mọi mặt cắt của kết cấu, có thể sử dụng một số phương pháp sau:

### a. Phương pháp 1

Xác định trực tiếp chuyển vị từ phương trình dao động: ống khói có thể được xem như một dầm con son Bernoulli nên phương trình chuyển động của một phân tố vô cùng bé (không có cản) là:

$$\rho \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} \right) = p(x,t) \quad (4) \quad [1 - 3]$$

Trong đó:  $\rho$  - khối lượng riêng của dầm;  $v$  - chuyển vị của dầm;  $x$  - hướng trục của dầm;  $EI$  - độ cứng uốn của dầm;  $t$  - thời gian và  $p$  - tải trọng phân bố phụ thuộc vào thời gian và tọa độ. Rõ ràng rằng, việc giải trực tiếp phương trình dao động trên không phải là công việc dễ dàng vì dầm có khối lượng phân bố nên số bậc tự do của dầm là vô hạn.

### b. Phương pháp 2

Xác định phản ứng của kết cấu nhờ sử dụng phân tích phương thức (Modal Analysis): chuyển vị của dầm sẽ được chia thành hai thành phần độc lập  $v(x,t) = \Phi(x)\eta(t)$  (5); bằng tích của hàm dạng  $\Phi(x)$  (phụ thuộc vào tọa độ hình học của vị trí xác định chuyển vị) và tung độ của giá trị chuyển vị đó (phụ thuộc vào thời gian -  $\eta(t)$ ). Phương trình dao động tự do của dầm được chia thành hai phương trình có hai biến số độc lập (không tính đến độ cản trong hai phương trình này):

$$\frac{\partial^4 \Phi(x)}{\partial x^4} - \frac{\rho \omega^2}{EI} \Phi(x) = 0 \quad \text{và} \quad \frac{\partial^2 \eta(t)}{\partial t^2} + \omega^2 \eta(t) = 0 \quad (6) \quad [1],[2]$$

Giải hai phương trình (5) và (6) **Error! Reference source not found.**, ta xác định được các tính chất động học của dầm (các chu kỳ, tần số, dạng dao động riêng). Nhờ vào tính trực giao của các dạng dao động, dầm với số bậc tự do vô hạn có thể được chuyển thành dầm với một bậc tự do trong mỗi dạng dao động. Độ cứng, khối lượng hay độ cản damping và các lực tác dụng sẽ được chiếu lên mỗi dạng dao động riêng để xác định độ cứng chuẩn hóa, khối lượng chuẩn hóa, các lực chuẩn hóa. Việc giải phương trình tung độ để xác định các giá trị của  $\eta(t)$  trở nên dễ dàng bởi vì lúc này trong mỗi dạng dao động, hệ trở thành một bậc tự do. Kết hợp tất cả các dạng dao động (hoặc chỉ kết hợp một vài dạng cơ bản), ta có thể xác định phản ứng tổng cộng của kết cấu [1 - 3].

### c. Phương pháp 3

Phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp với việc phân tích phương thức và phương pháp số: ống khói được chia thành nhiều phần tử rời rạc, các phần tử này được xem như là các phần tử dầm Bernoulli. Mỗi phần tử có 6 bậc tự do ràng buộc bởi các chuyển vị nút. Như vậy, từ một dầm có số bậc tự do là vô hạn sẽ được chuyển thành dầm có số bậc tự do hữu hạn. Dựa vào phương pháp phân tích phương thức, ta có thể tính toán hệ có

## KHẢO SÁT - THIẾT KẾ XÂY DỰNG

số bậc tự do hữu hạn trong một số dạng dao động cơ bản đầu tiên của kết cấu. Đối với mỗi dạng, phương pháp số (phương pháp Newmark [1-3]) sẽ được sử dụng để giải phương trình vi phân dao động của hệ một bậc tự do, từ đó sẽ xác định được tung độ  $\eta_k(t)$  của dạng dao động thứ k nào đó. Sau đó, nhờ việc tổ hợp tất cả các dạng (hoặc tổ hợp một số dạng cơ bản đầu tiên) ta có thể xác định được phản ứng tổng cộng của kết cấu.

### d. Phương pháp 4

Phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp với việc áp dụng thẳng phương pháp số để giải hệ nhiều bậc tự do: nhờ việc sửa đổi giải thuật Newmark ([1 - 3]) áp dụng cho hệ nhiều bậc tự do (dạng ma trận), các phản ứng của hệ có thể được xác định trực tiếp từ phương trình dao động của hệ nhiều bậc tự do:

$$[M]\{\ddot{v}\} + [C]\{\dot{v}\} + [K]\{v\} = \{P\} \quad (6)$$

Trong đó:  $M$  – ma trận khối lượng;  $C$  – ma trận cản;  $K$  – ma trận độ cứng;  $P$  - vector ngoại lực tác dụng tại nút;  $v$  – vector chuyển vị tại nút của các phần tử. Chuyển vị ngang của ống khói với sự có mặt hay không có mặt TMD sẽ được xác định theo giải thuật Newmark thay đổi [1 - 3].

### e. Trình tự tính toán

Hai phương pháp số 3 và 4 sẽ được sử dụng để tính toán kết cấu. Các bước để giải được tổng kết trong bảng 2.

**Bảng 2. Các phương pháp được sử dụng**

Phương pháp số	Các bước	Sơ đồ các công việc cần thực hiện trong từng bước
Kết cấu không có TMD		
3	1	Chia ống khói thành hữu hạn các đoạn, xác định các đặc trưng của phần tử: các ma trận độ cứng, khối lượng, cản. Nối tất cả các ma trận của phần tử để có được ma trận tổng thể của kết cấu: độ cứng K, khối lượng M. Áp dụng điều kiện biên vào ma trận kết cấu ta có được các ma trận cuối cùng của kết cấu: ma trận độ cứng K1, ma trận khối lượng M1.
	2	Xác định các trị riêng $\omega_i$ , các dạng dao động $\Phi_i$ của kết cấu bằng giải phương trình $K1 - \omega^2 M1 = 0$ . Xác định các tính chất động học trong một số dạng cơ bản đầu tiên liên quan tới chuyển vị ngang của ống khói (trong trường hợp này, 4 dạng đầu tiên có liên quan tới chuyển vị ngang).
	3	Xác định ma trận cản của hệ với giả sử rằng nó được xác định theo ma trận cản Rayleigh [1] và được xác định theo K1 và M1: $C1 = \alpha K1 + \beta M1$ . Các hệ số $\alpha$ và $\beta$ được xác định với giả sử rằng hệ số cản trong hai dạng dao động đầu tiên là 1%.
	4	Xác định ma trận lực tác dụng P(U,t) tại các nút phần tử từ các lực phân bố p(u,t).
	5	Chiếu các ma trận độ cứng, khối lượng, cản của kết cấu và ma trận lực tác dụng tại nút lên bốn dạng dao động cơ bản đầu tiên, ta sẽ có được các ma trận độ cứng chuẩn hóa ( $\Phi^T K1 \Phi$ ), khối lượng chuẩn hóa ( $\Phi^T M1 \Phi$ ), cản chuẩn hóa ( $\Phi^T C1 \Phi$ ) và ma trận lực đã chuẩn hóa. Các ma trận này là các ma trận đường chéo.
	6	Đối với mỗi dạng, sử dụng phương pháp số (phương pháp Newmark cho hệ một bậc tự do) để giải phương trình chuyển động tại mỗi thời điểm t(i) (theo miền thời gian). Kết quả đạt được là tung độ $\eta(t)$ tại tất cả các nút của kết cấu.
	7	Xác định phản ứng của kết cấu trong mỗi dạng.
	8	Xác định phản ứng tổng cộng của kết cấu do tất cả các dạng dao động gây ra.
	9	Kiểm tra các điều kiện yêu cầu và kết luận.
4	1-4	Giống phương pháp 3.
	5	Giải trực tiếp phương trình dao động nhờ sử dụng phương pháp gần đúng Newmark cho hệ nhiều bậc tự do (dạng ma trận) để xác định phản ứng tổng cộng của kết cấu.
	6	Kiểm tra các điều kiện yêu cầu và kết luận.

Kết cấu có TMD	
3	Phương pháp này không áp dụng được cho kết cấu với TMD vì ma trận cân của kết cấu không phải là ma trận đường chéo như trường hợp không có TMD. Do vậy, phương trình tung độ của kết cấu $[M^*]\ddot{\eta}(t) + [C^*]\dot{\eta}(t) + [K^*]\eta(t) = [P(U, t)]$ , trong đó $[M^*]$ , $[K^*]$ – các ma trận đường chéo, còn $[C^*]$ – không phải là ma trận đường chéo).
4	1-4      Giống phương pháp 3, 4 trong kết cấu không có TMD.
	5          Xác định các tính chất của TMD: k – độ cứng, c – giá trị cản, m – khối lượng.
	6          Xây dựng lại các tính chất động học của kết cấu nhờ việc nối các K1, M1, C1 trước đây với các tính chất động học k, m, c của TMD để đạt được ma trận độ cứng, khối lượng và độ cản mở rộng tổng thể K2, M2 và C2.
	7          Giải trực tiếp các phương trình dao động dùng giải thuật Newmark áp dụng cho hệ nhiều bậc tự do để xác định được phản ứng tổng cộng của kết cấu với TMD.
8          Kiểm tra các điều kiện yêu cầu và kết luận vấn đề.	

### 3. Kết quả

#### 3.1. Các tính chất của kết cấu

Toàn bộ ống khói được chia thành 16 phần tử hữu hạn rời rạc. Như đã giả thiết, mỗi phần tử gồm có hai nút với 6 bậc tự do (2 chuyển vị thẳng và 1 chuyển vị xoay tại mỗi nút) và mỗi phần tử là một phần tử dầm Bernoulli. Như vậy, tổng cộng số bậc tự do của toàn bộ kết cấu là 51.

##### 3.1.1. Kết cấu không khi chưa gắn thiết bị TMD

###### a. Các ma trận độ cứng và khối lượng

Các ma trận độ cứng, khối lượng của các phần tử trong dầm có thể được xác định theo một số phương pháp như chuyển vị ảo... Sau khi xác định được ma trận này của các phần tử, các ma trận độ cứng và khối lượng tổng thể của kết cấu sẽ được xác định bằng cách nối các ma trận phần tử. Với 16 phần tử hữu hạn, các ma trận khối lượng và độ cứng của kết cấu (K và M) sẽ có kích thước 51x51. Do ống khói được xem là nằm ở móng nên ba bậc tự do đầu tiên của phần tử thứ nhất (sát chân ống khói) sẽ bằng không. Sau khi áp dụng điều kiện biên, ma trận độ cứng và khối lượng của kết cấu sẽ trở thành các ma trận có kích thước 48x48 (K1 và M1).

###### b. Các chu kỳ, tần số và các dạng dao động cơ bản của kết cấu

Đặt chuyển vị ngang của ống khói  $v(x, t)$  theo:  $v(x, t) = \Phi(x)\eta(t)$ , để xác định các chu kỳ, tần số và các dạng dao động đầu tiên ta cần xác định trị riêng của hệ phương trình:

$$(K - \omega^2 M)\{\Phi(x)\} = \{0\} \text{ và } T=2\pi/\omega \quad (7)$$

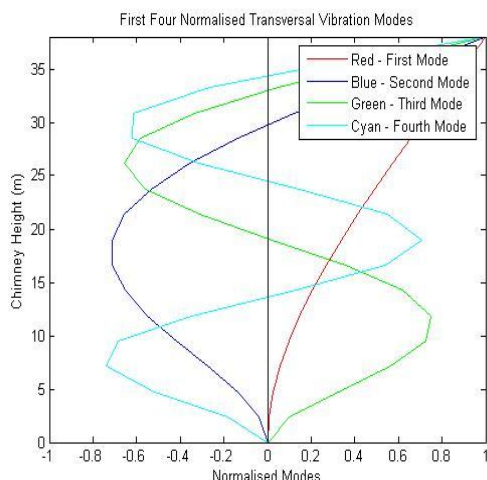
Trong đó: K – ma trận độ cứng của kết cấu; ở đây K là K1; M – ma trận khối lượng của kết cấu, ở đây M là M1;  $\omega$  - tần số dao động riêng của kết cấu; T – chu kỳ dao động riêng của kết cấu và  $\Phi(x)$  – dạng dao động riêng ứng với tần số  $\omega$  và chu kỳ T. Dễ dàng nhận thấy rằng, để phương trình (8) thỏa mãn với điều kiện là kết cấu có dao động dưới tác dụng của lực tức là  $\Phi(x) \neq 0$ , vậy hệ phải có nghiệm không tầm thường, do đó, định thức của ma trận  $(K - \omega^2 M)$  phải bằng không. Tức là:  $\det(K - \omega^2 M) = |K - \omega^2 M| = 0$ . Thông qua ngôn ngữ MATLAB với lệnh eig, ta có thể xác định 48 trị riêng  $\omega_i$ . Sắp xếp  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 \dots$  và  $T_1=2\pi/\omega_1 > T_2=2\pi/\omega_2 > T_3=2\pi/\omega_3 \dots$ , ta có thể xác định các tần số và chu kỳ dao động riêng của kết cấu. Tuy nhiên, vì chỉ quan tâm tới chuyển vị ngang của ống khói nên ta cần loại bớt các giá trị riêng liên quan tới chuyển vị xoay và chuyển vị dọc trục của kết cấu trong các dạng đầu tiên: ở đây 4 dạng dao động đầu tiên, liên quan tới chuyển vị ngang của ống khói. Giá trị chu kỳ và tần số của 4 dạng dao động sau khi đã loại bỏ các dạng dao động xoay và dọc trục được cho trong bảng 3. Sau khi xác định được 4 tần số của 4 dạng dao động đầu tiên, thay các giá trị tần số  $\omega_i$

này vào phương trình (8) ta sẽ xác định được 4 vectơ riêng tương ứng với các tần số đó. Hình 1 cho thấy 4 dạng dao động ngang đầu tiên của conson ống khói. Các dạng dao động này đã được chuẩn hóa với giá trị chuyển vị đỉnh của conson (bậc tự do số 46) bằng đơn vị.

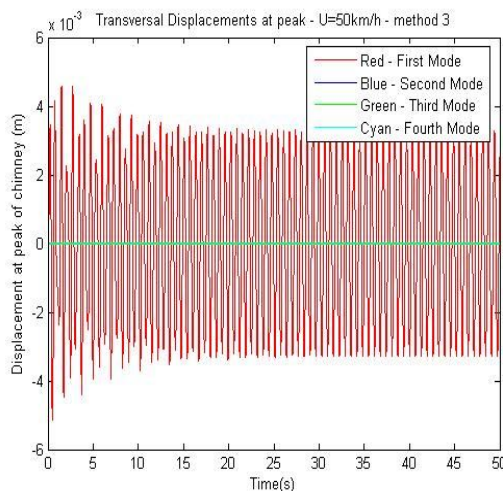
**Bảng 3.** Chu kỳ và tần số dao động tự nhiên của bốn dạng dao động ngang đầu tiên

Dạng	Tần số(Hz)	Chu kỳ (s)
1/2/3/4	$\omega_1 = 15.6604/\omega_2 = 98.1428/\omega_3 = 274.8128/\omega_4 = 538.5823$	$T_1 = 0.4/ T_2 = 0.06/ T_3 = 0.02/ T_4 = 0.01$

**c. Ma trận cân**



**Hình 1.** Bốn dạng dao động ngang đã được chuẩn hóa đầu tiên



**Hình 2.** Chuyển vị ngang tại đỉnh ống khói của bốn dạng dao động đầu tiên U =50 km/h

Như đã đề cập trong bước 5 của bảng 2, ma trận cân của kết cấu sẽ được xem là ma trận cân Rayleigh [1], [2]. Ma trận cân của kết cấu C1, sẽ được xác định từ các ma trận khối lượng và độ cứng:

$$C1 = \alpha M1 + \beta K1 \quad (8)$$

Các hệ số  $\alpha$  và  $\beta$  sẽ được xác định nhờ giả sử rằng hệ số cản  $\xi$  (damping ratio) trong hai dạng dao động đầu tiên sẽ bằng 1%. Chúng ta đã có được tần số dao động riêng của hai dạng dao động đầu tiên  $\omega_1$  và  $\omega_2$ . Hệ phương trình dao động của kết cấu khi được chiếu lên tất cả các dạng dao động là:

$$[M^*] \ddot{\eta}(t) + [C^*] \dot{\eta}(t) + [K^*] \eta(t) = [P^*(U, t)] \quad (9)$$

Ở dạng dao động thứ  $i$ , giá trị cân chuẩn hóa  $C_i^*$  (generalised damping) trong phương trình dao động dạng thứ  $i$ :

$$M_i^* \ddot{\eta}_i(t) + C_i^* \dot{\eta}_i(t) + K_i^* \eta_i(t) = P_i^* \quad (11) \text{ được xác định theo công thức: } C_i^* = [\Phi_i^T][C1][\Phi_i] \quad (1210)$$

Thay (9) vào (12) ta có:

$$C_i^* = [\Phi_i^T][C1][\Phi_i] = \alpha M_i^* + \beta K_i^* \quad (13)$$

Từ (11), ta chia cả hai vế cho  $M_i^*$ , rồi đặt  $\omega_i^2 = \frac{K_i^*}{M_i^*}$ ;  $\xi_i = \frac{C_i^*}{2\omega_i M_i^*} = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}$  (4) ta có được phương trình xác định tung độ dao động theo thời gian trong dạng thứ  $i$  là:

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\xi_i\omega_i\dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2\eta_i(t) = \frac{P_i^*}{M_i^*} \quad (1511)$$

Từ (14), với giá trị  $\xi_i$  trong hai dạng đầu tiên là 1%, ta có thể dễ dàng xác định hai hệ số  $\alpha$  và  $\beta$ :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2\omega_1} & \frac{\omega_1}{2} \\ \frac{1}{2\omega_2} & \frac{\omega_2}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.2701 \\ 0.0001757 \end{Bmatrix} \quad (16)$$

Thay (16) vào (9) ta xác định được ma trận cản của kết cấu. Giá trị  $\zeta_i$  là hệ số cản damping ở dạng dao động thứ i, thường từ 1-2% cho kết cấu thép.

### 3.1.2. Kết cấu với sự có mặt của TMD

Khi ống khói được gắn thêm thiết bị TMD tại đỉnh, các tính chất động học sẵn có trong kết cấu sẽ bị thay đổi. Hệ kết cấu từ 51 bậc tự do sẽ trở thành 52 bậc tự do, và sau khi gắn điều kiện biên, hệ cũ có 48 bậc tự do sẽ trở thành 49 bậc tự do. Bậc tự do thứ 49 sẽ là chuyển vị ngang của TMD. Các tính chất cơ học của hệ mới với sự có mặt của TMD sẽ được xác định với quan niệm rằng hệ cũ (chưa gắn TMD) là hệ 1 bậc tự do với độ cứng K1, khối lượng M1, độ cản C1 sẽ nối với TMD có độ cứng k, khối lượng m, độ cản c. Với quan niệm như trên, phương trình dao động của hệ mới có thể viết thành:

$$\begin{bmatrix} M1 & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C1+c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K1+k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P1(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Trong đó:  $u_1$  – chuyển vị quy ước của hệ cũ không có TMD;  $u_2$  – chuyển vị của TMD;  $P1(t)$  – lực quy ước tác dụng lên hệ cũ.

Từ phương trình (17), ta có thể dễ dàng xác định các tính chất cơ học cho hệ mới: ma trận độ cứng:  $K2 = \begin{bmatrix} K1+k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$ ; ma trận khối lượng:  $M2 = \begin{bmatrix} M1 & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$ ; ma trận cản  $C2 = \begin{bmatrix} C1+c & -c \\ -c & c \end{bmatrix}$ .

Cần nhấn mạnh rằng, khi TMD được gắn vào đỉnh của ống khói, nó không chỉ làm thay đổi các tính chất cơ học của toàn kết cấu mà còn làm thay đổi các đặc tính cơ học của phần tử trên cùng (phần tử 16) gắn với TMD. Do vậy, các giá trị độ cứng  $K1+k$  và độ cản  $C1+c$  trong phương trình (5) của hệ mới sẽ được tính toán bằng tổng của độ cứng k, độ cản c của TMD với độ cứng  $K1$  và độ cản  $C1$  vào bậc tự do số 46 (bậc tự do này là tương ứng với chuyển vị ngang tại đỉnh) thuộc phần tử thứ 16.

### 3.2. Xác định lực tác dụng lên hệ

#### a. Đối với phương pháp 3

Theo phương pháp này, các lực phân bố sẽ được chuyển thành các lực tập trung tại mỗi nút của mỗi phần tử, các lực tập trung này sau đó sẽ được chiếu lên bốn dạng dao động đầu tiên và được gọi là các lực chuẩn hóa trong mỗi dạng dao động. Giá trị các lực chuẩn hóa tác dụng lên kết cấu trong mỗi dạng dao động được xác định theo các bước sau:

- Chuyển các tải phân bố  $p(t)$  thành các lực tập trung  $P_c^{nodej}(t) = p(t) \cdot l$  tại mỗi nút phần tử (trong đó: l – chiều dài của phần tử). Lực tập trung tại đỉnh ống khói sẽ bằng  $\frac{1}{2}$  giá trị tại các nút khác;

- Chiếu các lực tập trung này lên các dạng dao động riêng để xác định lực tác dụng trong các dạng đó. Ví dụ ở dạng thứ i:

$$P_i(t) = \sum_{j=1}^{NDOFs} \Phi_i^{nodej}(x) P_c^{nodej}(t) \quad (1812)$$

(NDOFs – tổng số bậc tự do của hệ; nod - nút).

#### b. Đối với phương pháp 4

Theo phương pháp này, các lực phân bố do gió sẽ được chuyển thành các lực tập trung tại mỗi nút của phần tử. Các giá trị lực tập trung này được tính theo  $P_c^{nodej}(t) = p(t) \cdot l$  tại mỗi nút ( $l$  – chiều dài phần tử). Lực tập trung tại đỉnh cũng chỉ bằng  $\frac{1}{2}$  so với tại các nút khác. Cần lưu ý rằng, các lực phân bố do gió này sẽ chỉ được chuyển thành các lực tập trung tương ứng với các bậc tự do có chuyển vị ngang trong hệ. Các lực tập trung tác dụng theo các chuyển vị khác sẽ bằng không.

### 3.3. Các tham số của phương pháp Newmark

Các tham số của phương pháp này bao gồm các hệ số alpha, delta, bước thời gian DT, số lượng bước thời gian Nstep [1 – 3]. Chúng được lựa chọn sao cho phản ứng của kết cấu là ổn định và đảm bảo độ ổn định của phương pháp số Newmark. Do đó, tổng thời gian tác dụng của lực phải lớn hơn  $T_1/2\xi$  và tỷ số  $DT/T_1$  phải nhỏ hơn 0.551 [1], [2]. Giá trị của các tham số này được chọn là: alpha=0.25, delta=0.5; DT=0.02s và Nstep =2500.

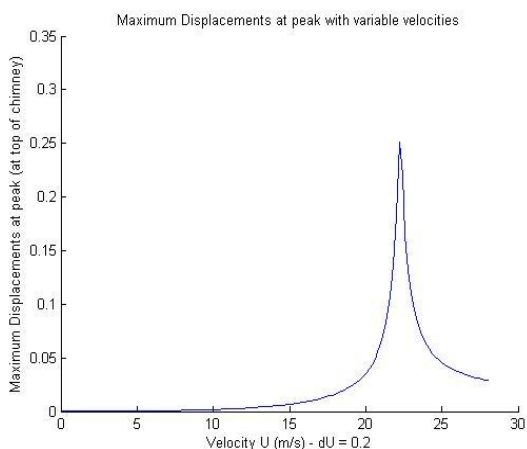
### 3.4. Phản ứng của kết cấu không có TMD

#### 3.4.1. Chuyển vị ngang tại đỉnh ống khói

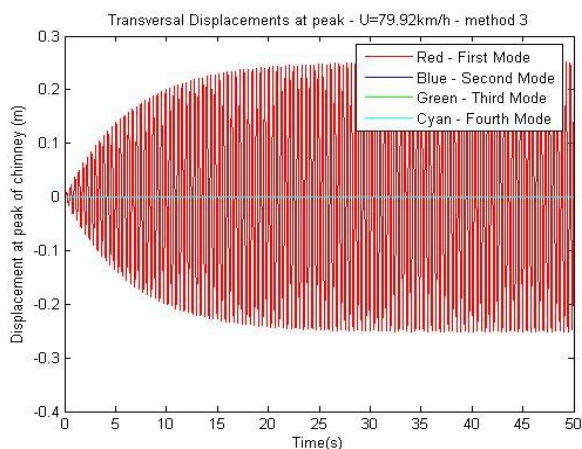
##### a. Đối với phương pháp 3

Để xác định phản ứng tổng cộng của kết cấu, ta chiếu các ma trận độ cứng, khối lượng và độ cản lên mỗi dạng dao động để xác định các ma trận độ cứng, khối lượng và ma trận cản đã được chuẩn hóa. Sau khi thực hiện phép chiếu lên các dạng dao động, phương trình dao động sẽ trở thành phương trình số (9). Các giá trị  $[M]$ ,  $[K]$  và  $[C]$  là các ma trận đường chéo. Các giá trị trên đường chéo của các ma trận chuẩn hóa này được xác định cho dạng thứ  $i$  như sau:  $M_i^* = \{\Phi_i\}_{1 \times n}^T [M1] \{\Phi_i\}_{n \times 1}$ ;  $C_i^* = \{\Phi_i\}_{1 \times n}^T [C1] \{\Phi_i\}_{n \times 1}$ ;  $K_i^* = \{\Phi_i\}_{1 \times n}^T [K1] \{\Phi_i\}_{n \times 1}$ .

Rõ ràng, hệ phương trình số (3) là hệ gồm các phương trình độc lập, không phụ thuộc vào nhau. Ta có thể xác định vector tung độ  $\{\eta(t)\}_i$  của dạng thứ  $i$  bởi thuật giải số Newmark cho hệ 1 bậc tự do. Ngôn ngữ MATLAB được lựa chọn để lập giải thuật này. Tuy nhiên cần nhấn mạnh rằng, tải trọng gió thay đổi theo thời gian và vận tốc gió U, do đó để xác định chuyển vị ngang của kết cấu, đầu tiên giá trị vận tốc sẽ được giữ nguyên, sau đó sẽ cho vận tốc gió thay đổi (U trở thành vector) để xác định giá trị vận tốc gió nguy hiểm. Sau khi xác định được giá trị  $\{\eta(t)\}_i$ , chuyển vị của kết cấu sẽ được xác định theo  $v(x,t) = \Phi(x)\eta(t)$  và tổ hợp tất cả các dạng. Hình 2 thể hiện giá trị chuyển vị đỉnh của ống khói thay đổi theo thời gian của bốn dạng dao động đầu tiên tương ứng với vận tốc gió  $U = 50\text{km/h} = 13.89\text{m/s}$ . Từ hình 2 ta thấy rằng, đóng góp của dạng dao động đầu tiên vào chuyển vị ngang của hệ là chiếm ưu thế. Ba dạng dao động còn lại ảnh hưởng rất ít tới phản ứng của hệ. Hình 3 cho thấy các chuyển vị ngang lớn nhất tại đỉnh của ống khói với giá trị vận tốc gió U thay đổi (từ 0km/h đến 100 km/h). Hình 4 thể hiện các giá trị chuyển vị tại đỉnh ống khói của bốn dạng dao động đầu tiên tương ứng với vận tốc  $U = 79.92\text{km/h} = 22.2\text{m/s}$ . Như vậy, chuyển vị lớn nhất tại đỉnh của ống khói là 0.2515m tương ứng với giá trị vận tốc gió  $U = 22.2\text{m/s}$  (79.92 km/h). Tại  $U=22.2\text{m/s}$ , tần số của lực gió tác dụng là  $\bar{\omega} = 2\pi \frac{SU}{D} = 15.49856$ , trong khi đó, tần số của dạng dao động đầu tiên là  $\omega_1 = 15.6604$ . Có thể nhận ra tại giá trị vận tốc gió  $U=22.2\text{m/s}$ , tần số của lực tác dụng gần bằng tần số dao động riêng nguy hiểm nhất của hệ, và hiện tượng cộng hưởng xảy ra. Tại giá trị vận tốc này, kết cấu nằm trong dải cộng hưởng.

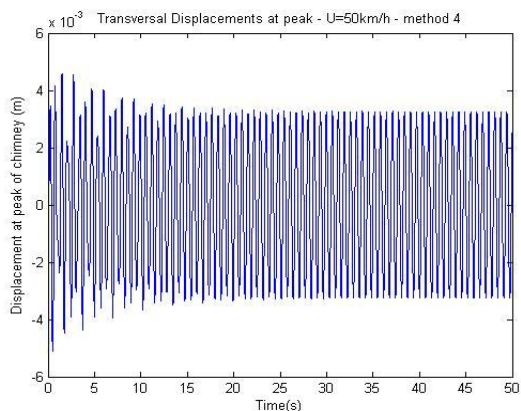


Hình 3. Các chuyển vị ngang lớn nhất tại đỉnh với các giá trị vận tốc U khác nhau

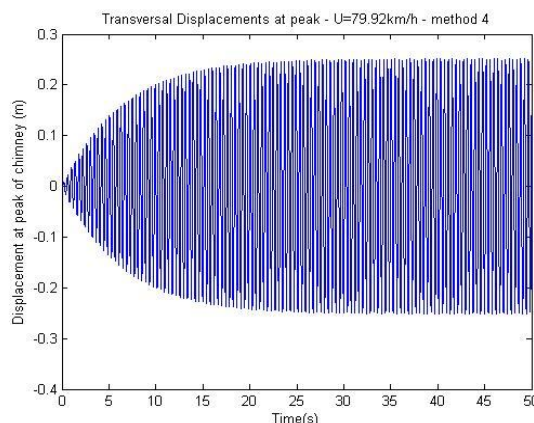


Hình 4. Các chuyển vị ngang tại đỉnh của bốn dạng dao động đầu tiên với U = 79.92 km/h

b. Đối với phương pháp 4



Hình 5. Giá trị chuyển vị của ống khói tại đỉnh theo thời gian với U = 50 km/h – Phương pháp 4



Hình 6. Các chuyển vị ngang của đỉnh ống khói với vận tốc gió U = 79.92 km/h – Phương pháp 4

Theo phương pháp này, các phản ứng của kết cấu sẽ được xác định trực tiếp từ phương trình dao động ở dạng ma trận nhờ áp dụng trực tiếp giải thuật Newmark cho hệ nhiều bậc tự do. Phương trình dao động của kết cấu là:

$$[M1]\{\ddot{u}\} + [C1]\{\dot{u}\} + [K1]\{u\} = \{P(t)\} \quad (1913)$$

Trong đó: Các giá trị M1, C1, K1 và P(t) đã được xác định ở trên.

Hình 5 thể hiện các chuyển vị của đỉnh ống khói theo thời gian với giá trị vận tốc gió U = 50 km/h = 13.88889m/s. Các giá trị chuyển vị của đỉnh ống khói với U = 50 km/h trong phương pháp 4 gần như giống phương pháp 3. Hình 6 cho thấy các chuyển vị tại đỉnh của ống khói theo thời gian với vận tốc gió U = 79.92 km/h = 22.2m/s. Tương tự như phương pháp 3, chuyển vị lớn nhất tại đỉnh của ống khói là 0.2515m tương ứng với giá trị vận tốc gió U = 22.2m/s (79.92 km/h). Tại U=22.2m/s, tần số của lực gió tác dụng là  $\omega = 2\pi \frac{SU}{D} = 15.49856$ , trong khi đó, tần số của dạng dao động đầu tiên là  $\omega_1 = 15.6604$ . Có thể dễ dàng nhận ra rằng, tại giá trị vận tốc gió U=22.2m/s, tần số của lực tác dụng gần bằng tần số dao động riêng nguy hiểm nhất của hệ, và hiện tượng cộng hưởng xảy ra.

3.5. Phản ứng của kết cấu với TMD

Bảng 4. Chuyển vị ngang của TMD và đỉnh ống khói với các giá trị độ cứng, khối lượng khác nhau của TMD



## KHẢO SÁT - THIẾT KẾ XÂY DỰNG

Khối lượng m - kg	Các tính chất của TMD			Vận tốc gió khi cộng hưởng (m/s)	Chuyển vị lớn nhất tại đỉnh ống khói khi không có TMD (m)	Chuyển vị lớn nhất tại đỉnh ống khói khi có TMD (m)	Chuyển vị lớn nhất của TMD (m)
	Độ cứng k - EI	Hệ số cản $\xi$ (%)	$\omega=(k/m)^{1/2}$ tần số của TMD				
300	14412	5	6.931	22.2	0.2515	0.1865	0.0467
	28825		9.802			0.1278	0.0829
	43237		12.005			0.0764	0.1070
	57649		13.86			0.0384	0.1187
	72061		15.499			0.0240	0.1490
	79267		16.255			0.0241	0.1471
	108090		18.98			0.0551	0.1550
400	96082	5	15.499	22.2	0.2515	0.0206	0.1156
280	67257	5	15.499	22.2	0.2515	0.0247	0.1572
800	192160	5	15.499	22.2	0.2515	0.0174	0.0644

Khi kết cấu có thêm thiết bị TMD, các ma trận độ cứng, khối lượng và độ cản bị thay đổi. Nếu dùng phương pháp 3 để xác định phản ứng của kết cấu, khi chuyển các ma trận của hệ thành các ma trận trong phương trình phương thức, các ma trận khối lượng và độ cứng đã được chuẩn hóa vẫn là các ma trận đường chéo. Tuy nhiên, ma trận cản của hệ không còn là ma trận đường chéo nữa vì sự có mặt của hệ số cản do TMD. Phương trình dao động của hệ khi phân tích phương thức là:

$$[M]\ddot{\eta} + [C]\dot{\eta} + [K]\eta = [P(t)] \quad (\eta - \text{tung độ}) \quad (2014)$$

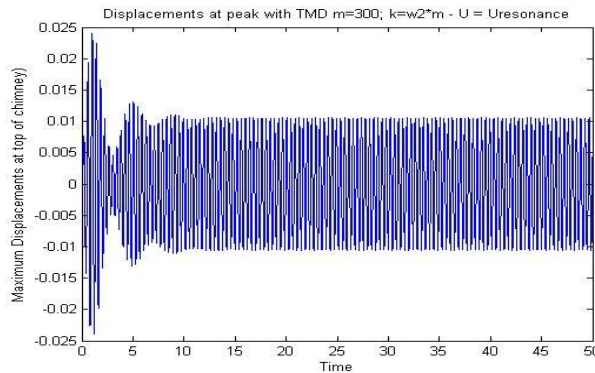
Trong đó: ma trận độ cứng chuẩn hóa:  $[K^*] = \{\Phi\}_{49 \times 49}^T [K2]_{49 \times 49} \{\Phi\}_{49 \times 49}$  - ma trận đường chéo; ma trận khối lượng chuẩn hóa:  $[M^*] = \{\Phi\}_{49 \times 49}^T [M2]_{49 \times 49} \{\Phi\}_{49 \times 49}$  - ma trận đường chéo; ma trận độ cản chuẩn hóa:  $[C^*] = \{\Phi\}_{49 \times 49}^T [C2]_{49 \times 49} \{\Phi\}_{49 \times 49}$  không phải là ma trận đường chéo;  $[P(t)]$  - ma trận lực tập trung tại nút.

Để dàng nhận thấy, phương trình (20) là hệ phương trình lệ thuộc lẫn nhau và chúng ta không thể sử dụng phương pháp Newmark cho hệ một bậc tự do để giải trong trường hợp này. Do vậy, phương pháp 3 không áp dụng được cho trường hợp hệ có TMD. Vậy phương pháp 4 là sự lựa chọn duy nhất để giải hệ phương trình phụ thuộc. Hệ phương trình dao động của hệ có TMD là:

$$[M2]\ddot{u} + [C2]\dot{u} + [K2]u = \{P(t)\} \quad (2115)$$

Các giá trị  $M2$ ,  $C2$ ,  $K2$  và  $P(t)$  đã được xác định ở trên. Phần tính toán hệ không có TMD cho thấy nếu gia tốc gió bằng 22.2 m/s thì sẽ xảy ra hiện tượng cộng hưởng của hệ và dao động tại đỉnh của ống khói là 0.2515m. Giá trị vận tốc gió này  $U=22.2\text{m/s}$ , sẽ được sử dụng để đánh giá ảnh hưởng của TMD lên các phản ứng của hệ. Như đã đề cập trong phần 1.3, để xác định các tính chất của TMD, ta cần phải thử với nhiều giá trị khác nhau của khối lượng, độ cứng và độ cản của TMD. Tuy nhiên, để đơn giản hóa quá trình tính toán, đầu tiên các giá trị về khối lượng và độ cản sẽ giả thiết không đổi, sau đó độ cứng của TMD sẽ được xác định sao cho các giá trị chuyển vị ngang của TMD và của đỉnh ống khói nằm trong giới hạn cho phép. Bảng 4 thể hiện giá trị chuyển vị ngang của TMD (bậc tự do thứ 49) và chuyển vị ngang của đỉnh ống khói với các giá trị khác nhau của độ cứng và khối lượng của TMD. Rõ ràng rằng, với  $m=300\text{kg}$ , khi các tần số của TMD tăng dần nhưng nhỏ hơn các tần số của hệ và của tải trọng gió thì chuyển vị ngang của đỉnh ống khói giảm dần và chuyển vị ngang của TMD tăng dần lên. Ngược lại, khi tần số của TMD lớn hơn tần số của hệ và tải trọng gió thì chuyển vị ngang của hệ tăng dần lên và chuyển vị ngang của TMD cũng tăng dần lên. Khi tần số của TMD đạt 15.499, bằng với tần số của hệ và tải trọng gió  $\bar{\omega} = 2\pi \frac{SU}{D} = 15.49856$ , chuyển vị ngang của đỉnh ống khói là nhỏ nhất ( $0.024\text{m}=2.4\text{cm}<4\text{cm}$ ) và chuyển vị ngang của TMD là  $0.1490\text{m}=14,9\text{cm}<20\text{cm}$ . Khi giá trị tần số của TMD được giữ nguyên và bằng với tần số của hệ, với các giá trị khác nhau của khối lượng (tất nhiên là giá trị độ cứng của TMD cũng thay đổi theo để đảm bảo tần số của TMD là không đổi) thì chuyển vị của hệ là thay đổi không đáng kể. Như vậy, tùy thuộc vào chuyển vị ngang giới hạn của cả hệ, ta có thể xác định các tính chất của TMD với việc hạn chế chuyển vị ngang của TMD và ngược lại. Khi ta tăng khối lượng của TMD tới 800kg (độ cứng 192160 (1/7 độ cứng của kết cấu)), chuyển vị của đỉnh tháp và của TMD tương ứng là 0.0174 và 0.0644m. Điều này có nghĩa là, khi TMD rất cứng, nó sẽ làm cho kết cấu trở nên cứng hơn và chuyển vị của kết cấu cũng như của TMD sẽ nhỏ đi. Điều này hoàn toàn logic về mặt vật lý. Tuy nhiên trong thực tế, việc lắp dựng một thiết bị TMD có khối lượng rất lớn tại đỉnh của tháp là không hợp lý.

Với  $m=300\text{kg}$ ,  $k=\omega^2 m = 15.49856^2 * 300 = 72061$ , thì chuyển vị đỉnh ống khói là  $0.024\text{m} < 0.04\text{m}$  và của TMD là  $0.1490\text{m} < 0.2\text{m}$ . Hình 7 thể hiện mối quan hệ giữa chuyển vị đỉnh với TMD có đặc tính  $m=300\text{kg}$ ,  $k=\omega^2 m = 15.49856^2 * 300 = 72061$ ,  $\xi = 5\%$  thay đổi theo thời gian.



Hình 7. Chuyển vị ngang của đỉnh khi có mặt TMD -  $m=300\text{kg}$ ,  $k=\omega^2 m = 15.49856^2 * 300 = 72061$

### 3.6. Kiểm tra ứng suất tại chân của ống

Nội lực tại bất kỳ tiết diện nào của ống khói đều có thể được tính toán dễ dàng trong mỗi dạng dao động khi đã biết chuyển vị nút tại các phần tử. Chuyển vị động học của các nút đã được xác định thông qua phương pháp 4 ở trên. Sau khi có được chuyển vị nút, ta có thể xác định nội lực tại các nút theo  $[f] = [k]\{u(t)\}$ ; trong đó:  $f$  – ma trận nội lực tại nút;  $k$  – ma trận độ cứng phần tử;  $u$  – vectơ chuyển vị nút đã xác định. Mô men tại đáy của ống khói được xác định theo nội lực tương ứng với chuyển vị xoay của nút thứ nhất thuộc phần tử thứ nhất (giá trị hạng thứ 3<sup>rd</sup> trong tích của  $[k]\{u\}$ ). Có rất nhiều phần tử bằng không trong các ma trận chuyển vị nút và độ cứng của phần tử đầu tiên, nên để đơn giản ta thấy rằng, mô men tại đáy ống khói có thể được xác định bằng tích của hệ số độ cứng xoay  $k_{xoay}$  và góc xoay  $\theta$  tại đáy ống khói. Giá trị chuyển vị tại đỉnh tháp đạt được khi cộng hưởng với  $U=22.2\text{m/s}$ . Mô men tại đáy sẽ được xác định tại vận tốc gió này. Kết quả cho các trường hợp kể đến hoặc không kể đến độ cản kết cấu được tổng hợp trong bảng 5 và 6.

Bảng 5. Nội lực và ứng suất tại đáy ống khói không kể đến độ cản của kết cấu

$k_{xoay}$ (từ ma trận độ cứng-Nm/rad)	$\theta$ (bậc tự do thứ 3 <sup>rd</sup> ) (rad)	$M_{max}$ (khi cộng hưởng) (N-m)	$\sigma_{max}$ (khi cộng hưởng) (MPa=N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{limit}$ (MPa)	$\Delta_{đỉnhmax}$ (m)
1	2	(1*2)	$\sigma=M/W$	4	5
$2.3 \times 10^{10}$	0.0014	$322 \times 10^5$	26.5	50	0.2515

Bảng 6. Nội lực và ứng suất tại đáy ống khói không kể đến độ cản của kết cấu

$k_{xoay}$ (từ ma trận độ cứng-Nm/rad)	$\theta$ (bậc tự do thứ 3 <sup>rd</sup> ) (rad)	$M_{max}$ (khi cộng hưởng) (N-m)	$\sigma_{max}$ (khi cộng hưởng) (MPa=N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{limit}$ (MPa)	$\Delta_{đỉnhmax}$ (m)
1	2	(1*2)	$\sigma=M/W$	4	5
$2.3 \times 10^{10}$	0.0094	$2162 \times 10^5$	178.1	50	1.7

## 4. Kết luận

- Với các cơ học tính chất vốn có của ống khói, ứng xử của nó phụ thuộc vào vận tốc gió. Tại vận tốc gió  $U=22.2\text{m/s}$ , giá trị tần số của lực sẽ xấp xỉ bằng giá trị tần số tự nhiên của ống khói, hiện tượng cộng hưởng sẽ xảy ra và chuyển vị ngang của đỉnh ống khói là lớn nhất ( $\approx 25.15\text{cm}$ );

- Để hạn chế chuyển vị ngang tại đỉnh, chúng ta có thể sử dụng một thiết bị giảm chấn (thiết bị điều chỉnh khối lượng) TMD. Thiết bị này sẽ hấp thụ năng lượng gây ra bởi lực trong hệ, từ đó làm giảm chuyển vị ngang của đỉnh ống khói. Về bản chất, thiết bị TMD sẽ tạo ra một lực mà tác động ngược lại đối với lực tác dụng của gió và từ đó làm giảm chuyển vị đỉnh. Các tính chất của TMD phụ thuộc vào chu kỳ, tần số dao động riêng của hệ, phụ thuộc vào chuyển vị giới hạn của đỉnh kết cấu cũng như chuyển vị giới hạn của TMD;

- Với kết cấu đề cập ở trên, ứng suất tại đáy và chuyển vị đỉnh của ống khói có kể đến độ cản của kết cấu là chấp nhận được. Tuy nhiên, nếu bỏ qua hệ số cản của kết cấu thì chuyển vị tại đỉnh cũng như ứng suất ở chân công trình là vượt quá giới hạn cho phép. Độ cản có ý nghĩa cực kỳ quan trọng trong kết cấu.

## KHẢO SÁT - THIẾT KẾ XÂY DỰNG

---

1. Dynamics of structures - Ray. W. Clough và Joseph Penzien – University of California – Berkeley – 1995.
2. Dynamics of structures - Theory and Applications to Earthquake Engineering – Anil. K. Chopra - University of California – Berkeley – 1995.
3. Calcul des structures sous effets dynamiques et sismiques – Lecture notes – Université de Liège, 2010.
4. Wind Loading of Structures - John D. Holmes - 2001.