MỘT CÁCH TIẾP CẬN ĐỘ TIN CẬY TRÊN CƠ SỞ CHUYỂN ĐỔI TỪ ĐẠI LƯỢNG MỜ SANG ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

ThS. **NGUYỄN HÙNG TUẤN**
Trường Cao đẳng cộng đồng Hà Nội
GS.TS. **LÊ XUÂN HUỲNH**
Trường Đại học Xây dựng

Tóm tắt: *Bài báo này kiến nghị một cách tiếp cận tính độ tin cậy trên cơ sở áp dụng quy tắc chuyển đổi từ đại lượng mờ của quãng an toàn sang hàm mật độ xác suất, và thiết lập công thức tính độ tin cậy của kết cấu trong trường hợp trạng thái và khả năng có dạng số mờ tam giác. Độ tin cậy tính theo công thức đề xuất được khảo sát, so sánh với mức độ an toàn xác định theo công thức tỷ số diện tích, trong trường hợp trạng thái và khả năng là các số mờ dạng tam giác cân.*

1.Đặt vấn đề

Đại lượng không chắc chắn (tải trọng tác động, tính chất của vật liệu,…) có thể được mô tả dưới dạng số khoảng, đại lượng ngẫu nhiên, số mờ hoặc đại lượng ngẫu nhiên mờ. Tùy theo số lượng, chất lượng thông tin đầu vào và yêu cầu về độ chính xác tính toán mà sử dụng cách mô tả khác nhau dẫn đến có các công thức xác định độ tin cậy khác nhau. Xuất phát từ việc mô tả đại lượng không chắc chắn dưới dạng các đại lượng ngẫu nhiên, có định nghĩa độ tin cậy là số đo xác suất đối với một sự kiện an toàn được biểu diễn dưới dạng bất đẳng thức. Khi chuyển sang mô tả đại lượng không chắc chắn dưới dạng đại lượng ngẫu nhiên mờ, ta có độ đo xác suất mờ và do đó có độ tin cậy mờ. Giữa hai công thức xác định độ tin cậy và độ tin cậy mờ có một số công thức xác định độ tin cậy tương đương khi đại lượng không chắc chắn được mô tả dưới dạng số mờ, ví dụ như phương pháp lát cắt α[1], phương pháp tỷ số giao hội [2], phương pháp tỷ số diện tích khoảng an toàn [3], phương pháp giao thoa mờ - ngẫu nhiên [5]. Trong các phương pháp trên, phương pháp tỷ số diện tích [3] phù hợp với ý nghĩa hình học của định nghĩa xác suất nêu trong tài liệu [7]. Tuy nhiên, khác với lý thuyết xác suất, lý thuyết mờ cung cấp một phương pháp để "chính xác hoá" những cái không chắc chắn chủ quan trên các sự kiện khách quan, hoàn toàn không có sự đánh giá về xác suất của việc thực hiện sự kiện đó. Do đó, mức độ an toàn SP xác định theo [3] có thể xem là tương đương với độ tin cậy P_s theo định nghĩa ở mô hình ngẫu nhiên.

Để đưa cách tính độ tin cậy trở về mô hình ngẫu nhiên, bài này vận dụng các kết quả nghiên cứu toán học của các tác giả Dubois D., Prade H. [10, 11, 12] về quy tắc chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên để tính độ tin cậy theo định nghĩa gốc khi đại lượng đầu ra trạng thái và khả năng được cho dưới dạng số mờ tam giác. Kết quả cách tiếp cận này được so sánh với công thức xác định mức độ an toàn trong [3] đối với trường hợp sử dụng khá phổ biến là số mờ tam giác cân và qua đó đánh giá sự tương đương giữa mức độ an toàn [3] .

2. Phương pháp đánh giá

2.1 Nguyên tắc chung

Điều kiện đánh giá an toàn của hệ thống kỹ thuật được xác định theo công thức :

$$P_s = P(M \geq 0) \qquad (1)$$

trong đó: M - khoảng an toàn của kết cấu, là hiệu số giữa khả năng và trạng thái của kết cấu, trong đó hàm trạng thái là hiệu ứng của tải trọng, hàm khả năng là sức kháng của kết cấu hoặc các thông số giới hạn(chuyển vị đỉnh, độ võng, bề rộng khe nứt,...) quy định theo tiêu chuẩn;

P_s - độ tin cậy theo định nghĩa xác suất.

Nếu khoảng an toàn $\tilde{M}$ là một số mờ, để đánh giá theo (1), trước tiên tiến hành chuyển đổi từ đại lượng mờ $\tilde{M}$ sang đại lượng ngẫu nhiên với hàm mật độ phân phối xác suất tương ứng, sau đó tính độ tin cậy theo công thức:

$P_s = 1 – P(A)$ (2) trong đó sự kiện A: $\{M \mid M < 0\}$ (3)

Sau đây sẽ thiết lập công thức chuyển đổi trong trường hợp $\tilde{M}$ là số mờ tam giác, là trường hợp thường sử dụng trong tính toán kết cấu xây dựng.

2.2 Cơ sở chuyển đổi và xây dựng công thức tính toán

Số mờ $\tilde{M} = (a, l, r)_{LR}$ trong đó: a - giá trị trung tâm, l và r lần lượt là độ rộng trái và phải của số mờ $\tilde{M}$ (hình 1). Theo [8], số mờ $\tilde{M}$ được xem là tương đương với một phân bố khả năng V cho bởi mệnh đề “V là $\tilde{M}$”, nghĩa là:

$\forall x \in V,\ \pi_V(x) = \mu_M(x)$ (4)

trong đó: π_V - hàm phân phối khả năng đối với biến V (hàm thuộc đối với số mờ);

$\mu_M(x)$ - hàm thuộc của $\tilde{M}$.

Đối với sự chuyển đổi trình bày ở các phần dưới đây, ta sẽ sử dụng khái niệm tương đương này.

Sau đây, sẽ tính toán độ tin cậy P_s theo công thức (2) trên cơ sở nguyên lý thông tin không hoàn chỉnh [10, 11, 12], so sánh kết quả tính toán với kết quả phương pháp tỷ số diện tích và đề xuất công thức tính độ tin cậy mờ.

2.2.1.Chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên chuyển đổi (khả năng sang xác suất) theo nguyên lý thông tin không đầy đủ

Trong [10, 11, 12] Dubbois và Prade đã kiến nghị chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên (chuyển đổi khả năng sang xác suất) theo nguyên lý thông tin không đầy đủ (insufficient reason). Trong [13] Klir đã kiến nghị chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên theo nguyên lý bất định bất biến (uncertainty invariance). Tuy nhiên, theo [10, 11] khi sử dụng nguyên lý bất định bất biến [13] trong một số trường hợp, kết quả thu được mâu thuẫn với nguyên lý đồng nhất độ đo khả năng/xác suất. Mặt khác, theo [10, 11] khi chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên theo [13] cần sử dụng một số giả thiết trong khi đó chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên theo [10, 11, 12] không cần sử dụng bất kỳ giả thiết nào. Do đó, chúng tôi lựa chọn, sử dụng các kết quả của [10, 11, 12] để xây dựng công thức độ tin cậy theo định nghĩa gốc.

a. Nguyên lý thông tin không đầy đủ và các công thức cơ bản

Trong [10, 11, 12] Dubbois và Prade đã kiến nghị chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên (chuyển đổi khả năng sang xác suất) theo 3 yêu cầu sau:

- Đồng nhất khả năng/xác suất: $\forall A,\ P(A) \le \Pi(A)$ (5)

trong đó: P(A)- xác suất sự kiện A, $\Pi(A)$ - độ đo khả năng xác định theo công thức sau:

$$\Pi(A) = \sup_{x \in A}(\pi(x)) \qquad (6)$$

- Ưu tiên bảo toàn: $\pi(x) > \pi(x') \Leftrightarrow p(x) > p(x')$ (7)

- p chứa nhiều sự bất định nhất có thể.

Để đảm bảo yêu cầu cuối cùng, Dubbois và Prade đã sử dụng nguyên lý thông tin không đầy đủ. Theo nguyên lý này, các sự kiện sơ cấp có khả năng như nhau phải có xác suất bằng nhau. Do đó, nếu biết x thuộc tập A, thì sự bất định cực đại về x có thể được mô tả bằng hàm mật độ phân phối xác suất đều qua A. Trên cơ sở này, trong [10], Dubbois và Prade đã đề xuất công thức chuyển đổi từ khả năng (thể hiện qua hàm thuộc) sang xác suất (thể hiện qua hàm mật độ phân phối xác suất) đối với số mờ có hàm thuộc $\pi(x)$, chỉ có một giá trị “tin tưởng” như sau:

$$\forall x \in [a,b],\ p(x) = \int_0^{\pi(x)} \frac{d\alpha}{|A_\alpha|} \qquad (8)$$

trong đó $|A_\alpha|$ - độ rộng tập cắt A_α xác định theo công thức: $|A_\alpha| = x_{\alpha\max} - x_{\alpha\min}$

Nhận thấy p(x) xác định theo (8) luôn thỏa mãn điều kiện (5) và (6).

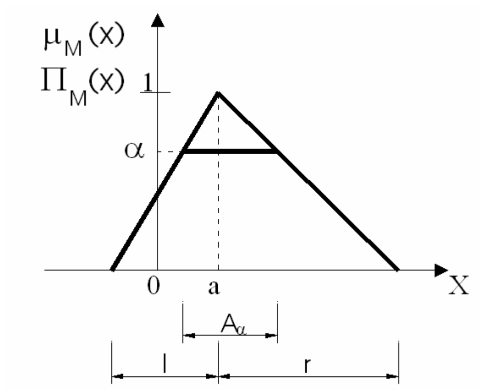
b. Xây dựng công thức đánh giá độ tin cậy theo nguyên lý thông tin không hoàn chỉnh:

Từ hình 1, xét tam giác đồng dạng ta được :

$$|A_\alpha| = (1-\alpha)(l+r) \qquad (9)$$

Thay (9) vào (8) ta thu được hàm mật độ xác suất:

$$p(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{(l+r)}\ln\left(\dfrac{a-x}{l}\right); x \in [a-l, a] \\ -\dfrac{1}{(l+r)}\ln\left(\dfrac{x-a}{r}\right); x \in [a, a+r] \end{cases} \qquad (10)$$



Hình 1. *Số mờ $\widetilde{M}$*

Từ hàm mật độ phân phối xác suất, thay vào (2) ta tính được độ tin cậy theo công thức sau:

$$P_s = \begin{cases} 1 - \dfrac{l}{(l+r)}\left[\left(\dfrac{a}{l}\right)\left(\ln(\dfrac{a}{l}) - 1\right) + 1\right] & \text{khi } a - l \le 0 \le a \\ \dfrac{r}{(l+r)}\left[\left(\dfrac{-a}{r}\right)\left(\ln(\dfrac{-a}{r}) - 1\right) + 1\right] & \text{khi } a \le 0 \le a + r \end{cases} \qquad (11)$$

Khai triển Taylor hàm ln(X) tại lân cận x =1, lấy đến bậc 2 ta được: $\ln(X) = (X-1) - \dfrac{(X-1)^2}{2}$ (12)

Thay $X = \dfrac{a}{l}; a - l \le 0 \le a$ và $X = \dfrac{-a}{r}; a \le 0 \le a + r$ vào (11) và sử dụng (12) ta thu được:

$$P_s = \begin{cases} 1 - \dfrac{l}{(l+r)}\left(\dfrac{l-a}{l}\right)^2 + \dfrac{l}{(l+r)}.X.\dfrac{(X-1)^2}{2}; X = \dfrac{a}{l}; a - l \le 0 \le a \\ \dfrac{r}{(l+r)}\left(\dfrac{a+r}{r}\right)^2 - \dfrac{r}{(l+r)}.X.\dfrac{(X-1)^2}{2}; X = \dfrac{-a}{r}; a \le 0 \le a + r \end{cases} \qquad (13)$$

Công thức (13) là công thức độ tin cậy đề xuất sử dụng chuyển đổi từ đại lượng mờ (hàm thuộc) sang đại lượng ngẫu nhiên (hàm mật độ phân phối xác suất) theo nguyên lý thông tin không đầy đủ.

2.2.2 So sánh công thức đề xuất với công thức đánh giá theo phương pháp tỷ số diện tích

Theo phương pháp tỷ số diện tích:

$$SP = \begin{cases} 1 - \dfrac{l}{(l+r)}\left(\dfrac{l-a}{l}\right)^2; a - l \le 0 \le a \\ \dfrac{r}{(l+r)}\left(\dfrac{a+r}{r}\right)^2; a \le 0 \le a + r \end{cases} \quad (14)$$

Xét hiệu $\Delta P_s = P_S - SP$ ta có:

$$\Delta P_s = \begin{cases} \dfrac{l}{(l+r)}.X.\dfrac{(X-1)^2}{2}; a - l \le 0 \le a \\ -\dfrac{r}{(l+r)}.X.\dfrac{(X-1)^2}{2}; a \le 0 \le a + r \end{cases} \quad (15)$$

Khảo sát ΔP_s trong trường hợp $\tilde{M}$ là số mờ tam giác cân (l = r) là trường hợp thường được sử dụng trong tính toán độ tin cậy kết cấu công trình.

Thay vào (15) ta được :

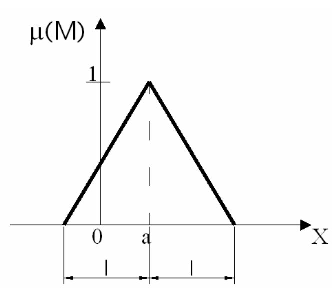
$$\Delta P_s = \begin{cases} 0{,}25.X.(X-1)^2; a - l \le 0 \le a \\ 0{,}25.X.(-X-1)^2; a \le 0 \le a + l \end{cases} \quad (16)$$

trong đó : $X = \dfrac{a}{l}$

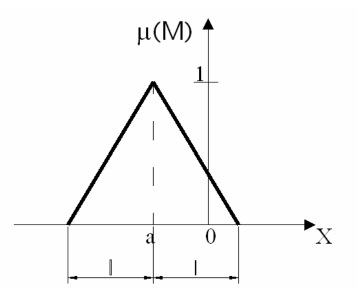
Ta xét 2 trường hợp:

- Trường hợp 1: $0 \le \dfrac{a}{l} \le 1$ là trường hợp hay gặp trong tính toán độ tin cậy công trình (hình 2);

- Trường hợp 2: $-1 \le \dfrac{a}{l} \le 0$ là trường hợp gặp trong tính toán độ từ chối đối với công trình đã qua sử dụng lâu năm theo TCXDVN 273 : 2006 (hình 3).



Hình 2. *Trường hợp* $0 \le \dfrac{a}{l} \le 1 (0 \le a \le l)$

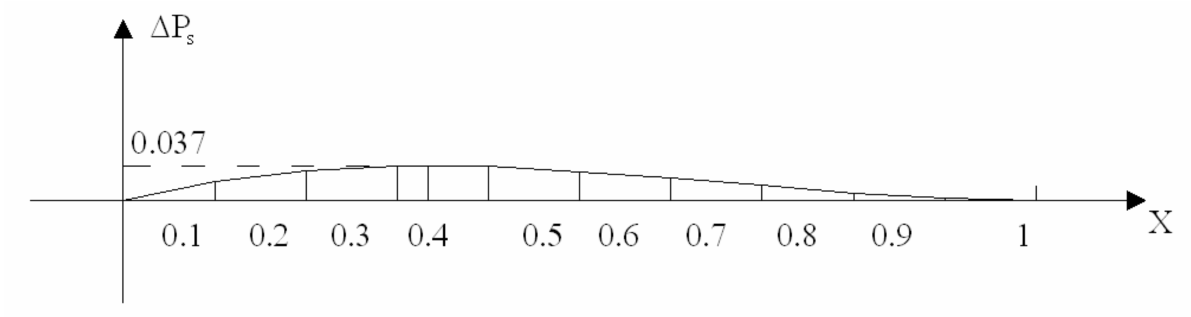


Hình 3. *Trường hợp* $-1 \le \dfrac{a}{l} \le 0 (-l \le a \le 0)$

Để tính toán chênh lệch giữa phương pháp đề xuất với phương pháp tỷ số diện tích, khảo sát độ lệch P_s theo (16) và độ lệch tỷ đối δP_s trong trường hợp 1 (a ≥ 0) xác định theo công thức sau:

$$\delta P_s = \frac{\Delta P_s}{\max(P_{Sp}, SP)} x100\% \quad (17)$$

Kết quả khảo sát được thể hiện ở bảng 1 và hình 4.



Hình 4. *Biểu đồ biến thiên độ lệch ΔP_s*

Bảng 1. *Bảng độ lệch ΔP_s và độ lệch tỷ đối δP_s*

Tỷ lệ X=a/l	Độ lệch ΔP_s	Giá trị max(P_{sp},SP)	Độ lệch tỷ đối δP_s (%)	Ghi chú
0,000	0,000	0,500	0,000	Chính xác
0,100	0,020	0,615	3,291	
0,200	0,032	0,712	4,494	
0,300	*0,037*	*0,792*	*4,642*	*Độ lệch tỷ đối lớn nhất*
0,333	*0,037*	*0,815*	*4,545*	*Trị số độ lệch lớn nhất*
0,400	0,036	0,856	4,206	
0,500	0,031	0,906	3,448	
0,600	0,024	0,944	2,542	
0,700	0,016	0,971	1,622	
0,800	0,008	0,988	0,810	
0,900	0,002	0,997	0,226	
1,000	0,000	1,000	0,000	Chính xác

Nhận xét:

- Đối với trường hợp thông dụng (hình 2), độ lệch và độ lệch tỷ đối giữa công thức đề xuất và phương pháp tỷ số diện tích là không nhiều (độ lệch lớn nhất là 0,037 và độ lệch tỷ đối lớn nhất là 4,642%). Tính độ tin cậy theo công thức đề xuất có giá trị lớn hơn tính theo phương pháp tỷ số diện tích khoảng an toàn mờ là do trong công thức đề xuất đã kể đến đại lượng bậc cao (đại lượng bậc 2 trong công thức (13). Công thức đề xuất và công thức tỷ số diện tích được xem là tương đương nhau vì sai khác nhỏ hơn 5%;

- Đối với trường hợp 2 (hình 3), thực hiện tính toán tương tự với độ từ chối, độ lệch tỷ đối nhận được giữa hai công thức nhỏ hơn 5%.

3. Thảo luận

- Công thức đề xuất mang đúng ý nghĩa độ tin cậy theo lý thuyết xác suất thống kê, và hoàn toàn có thể so sánh với độ tin cậy tiêu chuẩn, do có cùng một độ đo;

- Phương pháp tỷ số diện tích có tính chất toán học như một phép chuyển đổi từ mờ sang ngẫu nhiên. Thật vậy, có thể xem phương pháp tỷ số diện tích tương đương với phép chuyển đổi theo nguyên lý thông tin không hoàn chỉnh [10, 11, 12] và bỏ qua đại lượng bậc 2 trong khai triển (13). Phương pháp tỷ số diện tích do đó được thiết lập theo quan điểm thiên về an toàn và mức độ an toàn SP là tương đương với độ tin cậy P_s theo lý thuyết xác suất thống kê;

- Phép co trong [5] thực chất cũng là sự chuyển đổi từ đại lượng mờ sang đại lượng ngẫu nhiên theo nguyên lý bất định bất biến [13] sử dụng tỷ lệ tỷ số. Việc sử dụng phép co đại lượng mờ trong mô hình giao thoa mờ - ngẫu nhiên là để đồng nhất độ đo của biến khả năng và biến trạng thái;

- Phương pháp sử dụng để thiết lập công thức đề xuất là hợp lý, do được thực hiện trên cơ sở nguyên lý thông tin không hoàn chỉnh, đã xét đến tính bất định là đặc trưng của đại lượng không chắc chắn dưới dạng số mờ;

- Cách tiếp cận này cũng được áp dụng đối với trường hợp $\widetilde{M}$ có dạng tam giác không cân từ công thức (15) và mở rộng đối với số mờ hai chiều [6]. Trong các trường hợp này, mức độ chênh lệch giữa công thức đề xuất và công thức tỷ số diện tích phụ thuộc vào dạng cụ thể của số mờ.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. LÊ XUÂN HUỲNH, Khả năng ứng dụng lý thuyết mờ đánh giá chất lượng công trình xây dựng. Tạp chí Khoa học Công nghệ Xây dựng, Trường Đại học Xây dựng, số 1/2007.

2. NGUYỄN HÙNG TUẤN, Ứng dụng lý thuyết tập mờ đánh giá mức độ an toàn của kết cấu nhà chung cư. *Luận văn thạc sỹ kỹ thuật, Hà Nội, năm 2009.*

3. NGUYỄN HÙNG TUẤN, LÊ XUÂN HUỲNH, Quy trình đánh giá độ tin cậy của kết cấu theo mô hình mờ dùng cho nhà chung cư, *Tạp chí Xây dựng, tháng 12-2009.*

4. NGUYỄN NHƯ PHONG, Lý thuyết mờ và ứng dụng. *Nhà xuất bản Khoa học kỹ thuật, 2005.*

5. NGUYỄN VĂN PHÓ, NGUYỄN ĐÌNH XÂN, NGUYỄN THẠC VŨ, Về mô hình giao thoa trong độ tin cậy mờ, *Tuyển tập công trình - Hội nghị khoa học toàn quốc về Cơ học vật rắn lần thứ 8 – Thái Nguyên, 8/2006.*

6. NGUYỄN HÙNG TUẤN, LÊ XUÂN HUỲNH, Một phương pháp đánh giá mức độ an toàn của kết cấu trong trường hợp trạng thái và khả năng là các tập mờ hai chiều, *Tạp chí Kết cấu và công nghệ xây dựng, tháng 11 -2011.*

7. NGUYỄN CAO VĂN, TRẦN THÁI NINH, Giáo trình lý thuyết xác suất và thống kê toán, *Nhà xuất bản Đại học kinh tế quốc dân, 2008.*

8. BERND MÖLLER – MICHAEL BEER, Fuzzy Randomness – Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics. *Springer, Dresden 2004.*

9. Didier Dubois – Henri Prade, *Fuzzy Sets and Systems. Academic Press, NewYork, 1980.*

10. Didier Dubois – Henri Prade – Sandra Sandri, On Possbility/Probability Transformations. *Proceedings of Fourth IFSA Conference, 1993.*

11 DIDIER DUBOIS, LAURENT FOULLOY, GILLES MAURIS and HENRI PRADE, Probability – Possibility Transformations, Triangular Fuzzy Sets, and Probabilistic Inequalities, *Reliable Computing 10:273-297, 2004 Kluwer Academic Publishers, Printed Netherlands.*

12. Didier Dubois, Possibility Theory and Staticstical Reasoning *May 15 2006.*

13. GEORGE J.KLIR, Uncertainty and Information. *Published John Wiley & Sons, Inc 2006.*