

TÍNH TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC KẾT CẤU VỎ THOẢI CÓ CÁC GỐI TỰA ĐÀN HỒI PHI TUYẾN

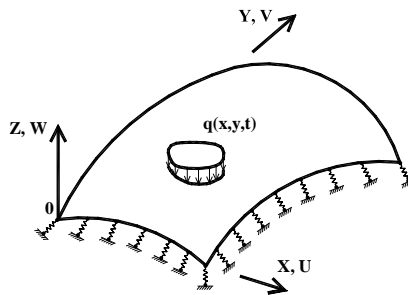
ThS. NGUYỄN ĐỨC THẮNG
GS. TSKH. NGUYỄN VĂN HỢI
Học viện Kỹ thuật Quân sự

1. Mở đầu

Trong bài báo [2] đã nghiên cứu phản ứng của vỏ thoải trên các gối tựa đàn hồi tuyến tính chịu tác dụng của tải trọng động. Trong bài báo này các tác giả tiếp tục phát triển bài toán trên với giả thiết vỏ vẫn biến dạng đàn hồi tuyến tính nhưng gối biến dạng đàn hồi phi tuyến. Trong lĩnh vực công trình quân sự, loại kết cấu này thường gặp dưới dạng kết cấu cửa của các công trình ngầm đặc biệt, trong đó các cánh cửa là tấm hoặc vỏ thoải bằng vật liệu thép, còn các gối tựa là lớp cao su có chiều dày đáng kể nhằm làm giảm tác dụng của tải trọng động do nổ gây ra. Với các loại vật liệu trên gối tựa luôn luôn ở trong trạng thái biến dạng đàn hồi phi tuyến ngay cả khi tải trọng còn nhỏ thì vỏ vẫn còn đang làm việc trong giai đoạn đàn hồi tuyến tính.

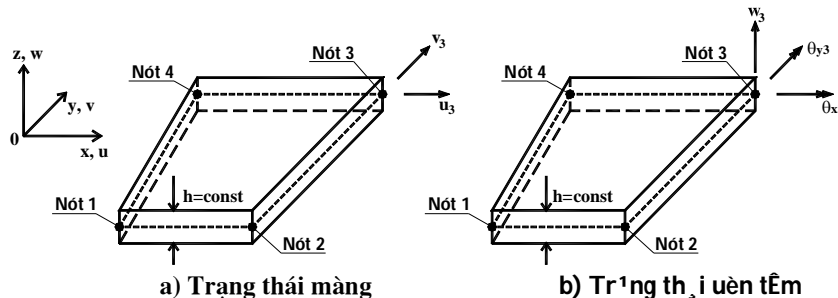
2. Phương trình chuyển động của kết cấu vỏ thoải trên các gối tựa đàn hồi phi tuyến

2.1. Các mô hình phần tử hữu hạn của kết cấu Khảo sát vỏ thoải trên các gối tựa đàn hồi chịu tác dụng của tải trọng động với chu vi vỏ có hình dạng bất kỳ (hình 1). Cần xác định phản ứng động của kết cấu trên và hiệu ứng giảm chấn của các gối tựa đàn hồi với giả thiết kết cấu vỏ biến dạng đàn hồi tuyến tính, còn các gối tựa biến dạng đàn hồi phi tuyến. Để giải bài toán đặt ra sẽ sử dụng phương pháp PTHH.

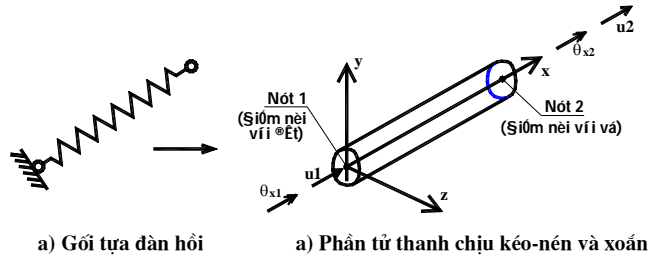


Hình 1. Mô hình kết cấu vỏ thoải trên các gối tựa đàn hồi phi tuyến

Khi rời rạc PTHH, đối với kết cấu vỏ sẽ sử dụng các phần tử tứ giác (hình 2), còn đối với các gối tựa đàn hồi sử dụng phần tử thanh chịu kéo nén và xoắn (hình 3). Do giả thiết vỏ khảo sát là thoải nên trạng thái chịu lực của phần tử vỏ có thể coi là sự tổ hợp của 2 trạng thái chịu lực là trạng thái màng (với các chuyển vị nút là các chuyển vị thẳng trong mặt phẳng tấm và được ký hiệu qua u_i, v_i ($i=1 \div 4$), hình 2a) và trạng thái uốn tấm (với các chuyển vị nút là các chuyển vị thẳng vuông góc với tấm w_i và chuyển vị xoay θ_{xi}, θ_{yi} ($i=1 \div 4$), hình 2b).



Hình 2. Mô hình PTHH loại tứ giác 4 nút đối với kết cấu vỏ



Hình 3. Mô hình PTHH loại thanh đối với gối tựa đàn hồi

Với mỗi trạng thái chịu lực của phần tử, ta xây dựng được các véc-tơ và ma trận tương ứng: véc-tơ chuyển vị nút \mathbf{u}_e , ma trận khối lượng \mathbf{M}_e , ma trận độ cứng \mathbf{K}_e , véc-tơ tải trọng quy nút \mathbf{R}_e . Trên cơ sở đó có thể thiết lập được phương trình chuyển động của toàn hệ bằng phương pháp PTHH.

2.2 Các ma trận phần tử đối với trạng thái màng của vỏ trong hệ tọa độ cục bộ

Trong trạng thái màng sẽ sử dụng PTHH dạng tứ giác bất kỳ, đồng tham số, theo đó véc-tơ tọa độ \mathbf{x} và chuyển vị \mathbf{u} của điểm bất kỳ bên trong phần tử được nội suy dưới dạng:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{H}_m \mathbf{x}_i, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \mathbf{H}_m \mathbf{u}_m, \quad (1)$$

trong đó:

x, y - tọa độ của điểm khảo sát bên trong phần tử trong hệ tọa độ x, y ;

u, v - chuyển vị thẳng tại điểm khảo sát bên trong phần tử theo phương x, y ;

\mathbf{x}_i - véc-tơ tọa độ nút của phần tử,

$$\mathbf{x}_i^T = [x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2 \quad x_3 \quad y_3 \quad x_4 \quad y_4];$$

\mathbf{u}_m - véc-tơ chuyển vị nút của phần tử trong trạng thái màng (" m " ký hiệu trạng thái màng của PTHH),

$$\mathbf{u}_m^T = [u_1 \quad v_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad u_3 \quad v_3 \quad u_4 \quad v_4];$$

\mathbf{H}_m - ma trận nội suy tọa độ và chuyển vị của phần tử trong trạng thái màng,

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & h_2 & 0 & h_3 & 0 & h_4 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & h_2 & 0 & h_3 & 0 & h_4 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\text{với } h_1 = \frac{1}{4}(1-r)(1-s), \quad h_2 = \frac{1}{4}(1+r)(1-s), \quad h_3 = \frac{1}{4}(1+r)(1+s), \quad h_4 = \frac{1}{4}(1-r)(1+s), \quad (3)$$

r, s - tọa độ của của điểm bất kỳ bên trong phần tử trong hệ tọa độ tự nhiên của phần tử.

Quan hệ giữa véc-tơ biến dạng ($\boldsymbol{\varepsilon}$) và véc-tơ chuyển vị (\mathbf{u}) đối với phần tử trong trạng thái màng có dạng:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m = \mathbf{B}_m \mathbf{u}_m, \quad (4)$$

trong đó \mathbf{B}_m - ma trận biến dạng - chuyển vị của phần tử trong trạng thái màng,

$$\mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial h_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial y} \\ \frac{\partial h_1}{\partial y} & \frac{\partial h_1}{\partial x} & \frac{\partial h_2}{\partial y} & \frac{\partial h_2}{\partial x} & \frac{\partial h_3}{\partial y} & \frac{\partial h_3}{\partial x} & \frac{\partial h_4}{\partial y} & \frac{\partial h_4}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Do x và y phụ thuộc vào r, s theo công thức (1), (2) và (3), nên các đạo hàm riêng của các hàm h_i theo x và y trong (5) có thể tính qua đạo hàm riêng theo r và s với việc sử dụng ma trận Jacobi \mathbf{J} (xem [2]).

Với các ma trận \mathbf{H}_m và \mathbf{B}_m vừa nhận được ở trên, có thể nhận được các biểu thức xác định các ma trận khối lượng \mathbf{M}_m , ma trận độ cứng \mathbf{K}_m , véc-tơ tải trọng quy nút \mathbf{R}_{mF} của phần tử màng trong hệ tọa độ tự nhiên sau đây:

$$\mathbf{M}_m = h\rho \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{H}_m^T \mathbf{H}_m \det \mathbf{J} dr ds, \quad \mathbf{K}_m = h \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{B}_m^T \mathbf{C}_m \mathbf{B}_m \det \mathbf{J} dr ds, \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_{mF} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{H}_m^T \mathbf{f}_F \det \mathbf{J} dr ds, \quad (7)$$

$$\text{trong đó: } \mathbf{C}_m = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5(1-\nu) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{mF} = \int_S \mathbf{H}_m^T \mathbf{f}_F dS, \quad \mathbf{f}_F = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix}, \quad (8)$$

ρ - khối lượng riêng của vật liệu, h - chiều dày vỏ, \mathbf{C}_m - ma trận vật liệu, E, ν - mô-đun đàn hồi và hệ số Poisson của vật liệu, S - diện tích của phần tử, f_x, f_y - giá trị của tải trọng phân bố trên bề mặt phần tử theo phương x, y tại điểm bất kỳ bên trong phần tử.

2.3 Các ma trận phần tử đối với trạng thái uốn tấm của vỏ trong hệ tọa độ cục bộ

Đối với phần tử uốn tấm sử dụng phần tử dạng tứ giác bất kỳ, đồng tham số với biến dạng của tấm được thừa nhận theo mô hình Reissner – Mindlin [3, 4]. Véc-tơ tọa độ \mathbf{x} được cho dưới dạng (1), còn véc-tơ chuyển vị \mathbf{w} tại điểm bất kỳ thuộc mặt trung hòa của phần tử trong trạng thái uốn được nội suy dưới dạng:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \mathbf{H}_b \mathbf{u}_b, \quad (9)$$

trong đó:

w, θ_x, θ_y - tương ứng là chuyển vị thẳng theo phương pháp tuyến đối với mặt trung hòa và chuyển vị xoay của pháp tuyến này xung quanh các trục x và y ;

\mathbf{u}_b - véc-tơ chuyển vị nút của phần tử trong trạng thái uốn (" b " chỉ trạng thái uốn của phần tử),

$$\mathbf{u}_b^T = [w_1 \quad \theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad w_2 \quad \theta_{x2} \quad \theta_{y2} \quad w_3 \quad \theta_{x3} \quad \theta_{y3} \quad w_4 \quad \theta_{x4} \quad \theta_{y4}];$$

$w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}$ - chuyển vị nút thứ i của phần tử,

\mathbf{H}_b - ma trận nội suy chuyển vị của phần tử trong trạng thái uốn,

$$\mathbf{H}_b = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & h_4 & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & h_4 & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & h_4 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

h_1, h_2, h_3, h_4 - theo (3).

Với tám chịu uốn theo mô hình Reissner- Mindlin và tách biến dạng uốn chung của phần tử thành biến dạng uốn do mô-men (ký hiệu qua chỉ số " b ") và biến dạng uốn do lực cắt (ký hiệu qua chỉ số " s "), từ quan hệ (9) ÷ (10) ta có thể nhận được:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{bb} = z \mathbf{B}_{bb} \mathbf{u}_b, \quad (11)$$

$$\mathbf{B}_{bb} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\partial h_1}{\partial x} & 0 & 0 & -\frac{\partial h_2}{\partial x} & 0 & 0 & -\frac{\partial h_3}{\partial x} & 0 & 0 & -\frac{\partial h_4}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial h_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & \frac{\partial h_1}{\partial x} & -\frac{\partial h_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial x} & -\frac{\partial h_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial x} & -\frac{\partial h_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial x} & -\frac{\partial h_4}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{bs} = \mathbf{B}_{bs} \mathbf{u}_b, \quad (13)$$

$$\mathbf{B}_{bs} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x} & 0 & h_1 & \frac{\partial h_2}{\partial x} & 0 & h_2 & \frac{\partial h_3}{\partial x} & 0 & h_3 & \frac{\partial h_4}{\partial x} & 0 & h_4 \\ \frac{\partial h_1}{\partial y} & -h_1 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial y} & -h_2 & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial y} & -h_3 & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial y} & -h_4 & 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Sử dụng phương trình chuyển động Lagrange đối với phần tử tám khảo sát và các quan hệ (9) ÷ (14) ta nhận được các ma trận khối lượng, ma trận độ cứng, véc-tơ tải trọng quy nút đối với phần tử uốn tấm trong hệ tọa độ tự nhiên (r, s) dưới dạng:

$$\mathbf{M}_b = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \rho \mathbf{H}_b^T \begin{bmatrix} h & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h^3}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h^3}{12} \end{bmatrix} \mathbf{H}_b \det \mathbf{J} dr ds, \quad (15)$$

$$\mathbf{K}_b = \mathbf{K}_{bb} + \mathbf{K}_{bs}, \quad (16)$$

\mathbf{K}_{bb} - ma trận độ cứng chống uốn, \mathbf{K}_{bs} - ma trận độ cứng chống trượt ngang,

$$\mathbf{K}_{bb} = \frac{h^3}{12} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{B}_{bb}^T \mathbf{C}_{bb} \mathbf{B}_{bb} \det \mathbf{J} dr ds, \quad \mathbf{C}_{bb} = \mathbf{C}_m, \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_{bs} = \alpha h \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{B}_{bs}^T \mathbf{C}_{bs} \mathbf{B}_{bs} \det \mathbf{J} dr ds, \quad \mathbf{C}_{bs} = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\mathbf{R}_F = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{H}_b^T \mathbf{f}_F \det \mathbf{J} dr ds, \quad \mathbf{f}_F = f_z, \quad (19)$$

f_z - cường độ tải trọng phân bố trên bề mặt phần tử theo phương z tại điểm bất kỳ bên trong phần tử, α - hằng số xét đến ảnh hưởng của ứng suất cắt, thông thường lấy $\alpha = \frac{5}{6}$ hoặc $\alpha = \frac{\pi^2}{12}$.

Các tích phân (6), (7), (15) ÷ (19) được tính bằng phương pháp số theo các thuật toán cầu phương Gauss [3].

Các thành phần mô-men uốn M_{xx}, M_{yy} , mô-men xoắn M_{xy} , lực cắt Q_{xz}, Q_{yz} trong trạng thái uốn tảo được tính theo các công thức:

$$\begin{bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \\ Q_{xz} \\ Q_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{h^3}{12} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{C}_{bb} \mathbf{B}_{bb} \mathbf{u}_b + \frac{\alpha h \mathbf{C}_{bs} \mathbf{B}_{bs}}{\alpha h \mathbf{C}_{bs} \mathbf{B}_{bs}} \mathbf{u}_b. \quad (20)$$

2.4. Các ma trận phần tử đối với gối tựa đàn hồi phi tuyến

Do các gối tựa đàn hồi được mô hình hóa dưới dạng phần tử thanh có chiều dài không lớn nên khi tính phản ứng động của vỏ có thể bỏ qua các lực quán tính trong đó, do đó đối với phần tử này chỉ cần quan tâm đến ma trận độ cứng.

Khảo sát gối tựa đàn hồi biến dạng phi tuyến trong hệ tọa độ cục bộ của phần tử theo phương x . Như sẽ trình bày sau này, để giải bài toán động phi tuyến của kết cấu, toàn bộ thời gian khảo sát sẽ được chia thành các khoảng thời gian rất nhỏ Δt . Trong phạm vi của khoảng thời gian này biến dạng tại điểm bất kỳ của kết cấu có thể coi là tuyến tính [3, 6]. Các quan hệ đối với PTHH trong mục này được thiết lập trên cơ sở của giả thiết này.

Chuyển vị dọc và xoắn tại điểm bất kỳ trên trục thanh được xấp xỉ dưới dạng:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u \\ \theta_x \end{bmatrix} = \mathbf{H}_g \mathbf{u}_g, \quad \mathbf{H}_g = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_g^T = [u_1 \quad \theta_{x1} \quad u_2 \quad \theta_{x2}], \quad (21)$$

$$\text{trong đó:} \quad N_1 = 1 - \frac{x}{L}, \quad N_4 = \frac{x}{L}, \quad (22)$$

u, θ_x - chuyển vị thẳng và chuyển vị xoắn quanh trục x , $u_1, u_2, \theta_{x1}, \theta_{x2}$ - các chuyển vị trên tại nút 1 và nút 2 (hình 3), N_1, N_4 - hàm xấp xỉ chuyển vị Hermite, x - tọa độ của điểm trên trục thanh ($0 \leq x \leq L$), với L - chiều dài thanh.

Véc - tơ biến dạng tương ứng với chuyển vị trên:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_g^T = [\varepsilon_{xx} \quad \gamma_{yz}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \rho_x \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

với ρ_x - khoảng cách từ điểm bất kỳ trên tiết diện ngang đến trục thanh x .

Tính đến (21) quan hệ biến dạng - chuyển vị có dạng :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_g = \mathbf{B}_g \mathbf{u}_g, \quad (24)$$

trong đó :

$$\mathbf{B}_g = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \rho_x \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \rho_x \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Quan hệ biến dạng - ứng suất bây giờ sẽ là:

$$\boldsymbol{\tau}_g = \begin{bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_g \boldsymbol{\varepsilon}_g, \quad (26)$$

với :

$$\mathbf{C}_g = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix}, \quad (27)$$

trong đó E, G - mô-đun đàn hồi khi kéo-nén và khi cắt của vật liệu.

Ma trận độ cứng phần tử lúc này có dạng :

$$\mathbf{K}_F = \int_V \mathbf{B}_g^T \mathbf{C}_g \mathbf{B}_g dV. \quad (28)$$

Do (22), (25), (27), nên từ (28) có thể tính được:

$$\mathbf{K}_F = \begin{bmatrix} K_U & 0 & -K_U & 0 \\ 0 & K_T & 0 & -K_T \\ -K_U & 0 & K_U & 0 \\ 0 & -K_T & 0 & K_T \end{bmatrix}, \quad K_U = \frac{EF}{L}, \quad K_T = \frac{GJ_x}{L}, \quad (29)$$

hay

$$\mathbf{K}_F = \mathbf{K}_u + \mathbf{K}_\theta, \quad (30)$$

trong đó :

\mathbf{K}_u - ma trận độ cứng tương ứng với biến dạng kéo - nén của phần tử,

\mathbf{K}_θ - ma trận độ cứng tương ứng với biến dạng xoắn của phần tử,

$$\mathbf{K}_u = \frac{EF}{L} \mathbf{P}, \quad \mathbf{K}_\theta = \frac{GJ_x}{L} \mathbf{Q}, \quad (31)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

F - diện tích tiết diện thanh, J_x - mô-men quán tính tiết diện khi xoắn quanh trục x .

2.5. Phương trình chuyển động của kết cấu vỏ thoải trên các

Sử dụng các ma trận phần tử đã thiết lập, ma trận biến đổi tọa độ \mathbf{T} và phương pháp độ cứng trực tiếp trong phương pháp PTHH, cuối cùng sẽ nhận được phương trình chuyển động của kết cấu vỏ thoải trên các gối đàn hồi phi tuyến trong khoảng thời gian Δt dưới dạng:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{R}, \quad (33)$$

trong đó:

$\ddot{\mathbf{U}}, \dot{\mathbf{U}}, \mathbf{U}$ - véc-tơ gia tốc, vận tốc và chuyển vị nút của toàn hệ,

$\mathbf{K}, \mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{R}$ - ma trận độ cứng, ma trận khối lượng, ma trận cản nhớt và véc-tơ tải trọng quy nút của toàn hệ, với:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_b, \quad (34)$$

\mathbf{K}_s - ma trận độ cứng của phần kết cấu vỏ (gồm trạng thái uốn tấm + trạng thái màng),

\mathbf{K}_b - ma trận độ cứng của phần kết cấu gối tựa,

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}, \quad (35)$$

α, β - hệ số cản Rayleigh,

$$\alpha = \frac{2\eta(\omega_2 - \omega_1)\omega_1\omega_2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad \beta = \frac{2\eta(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, \quad (36)$$

η - hệ số cản, ω_1, ω_2 - tần số dao động riêng thứ nhất và thứ hai của hệ.

Phương trình (33) thiết lập cho trường hợp chuyển động của hệ trong khoảng thời gian rất nhỏ Δt . Do gối tựa đàn hồi biến dạng phi tuyến, nên nếu khảo sát chuyển động của kết cấu trong khoảng thời gian đủ lớn thì ma trận độ cứng của gối sẽ là hàm của chuyển vị \mathbf{U} . Trong trường hợp này phương trình (33) chuyển tới dạng :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}(\mathbf{U})\mathbf{U} = \mathbf{R}, \quad (37)$$

trong đó : $\mathbf{K}(\mathbf{U}) = \mathbf{K}_S + \mathbf{K}_B(\mathbf{U})$, (38)

$\mathbf{K}_B(\mathbf{U})$ - ma trận độ cứng của phần gối tựa đàn hồi phi tuyến phụ thuộc chuyển vị \mathbf{U} của hệ. Các ký hiệu khác vẫn như trước.

3. Phương pháp giải phương trình chuyển động phi tuyến của kết cấu

Phương trình (37) sẽ được giải bằng phương pháp tích phân trực tiếp theo thời gian Newmark kết hợp với phương pháp lặp Newton - Raphson biến đổi.

Theo phương pháp trên (được minh họa trên hình 4) véc-tơ chuyển vị nút của hệ tại bước lặp thứ i thuộc khoảng thời gian $(t, t + \Delta t)$ được tính theo biểu thức :

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} + \Delta\mathbf{U}^{(i)}, \quad (2)$$

trong đó $\Delta\mathbf{U}^{(i)}$ được xác định từ phương trình :

$$\begin{aligned} {}^t\hat{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{U}^{(i)} = & {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} - \mathbf{C}\left(\frac{2}{\Delta t}({}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} - {}^t\mathbf{U}) - {}^t\dot{\mathbf{U}}\right) - \\ & - \mathbf{M}\left(\frac{4}{\Delta t^2}({}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)} - {}^t\mathbf{U}) - \frac{4}{\Delta t}{}^t\dot{\mathbf{U}} - {}^t\ddot{\mathbf{U}}\right), \end{aligned} \quad (40)$$

$${}^t\hat{\mathbf{K}} = {}^t\mathbf{K} + \frac{2}{\Delta t}\mathbf{C} + \frac{4}{\Delta t^2}\mathbf{M}, \quad {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} = {}^t\mathbf{K} {}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}, \quad (41)$$

Với ${}^t\ddot{\mathbf{U}}, {}^t\dot{\mathbf{U}}, {}^t\mathbf{U}$ tương ứng là véc-tơ gia tốc, vận tốc và chuyển vị nút của toàn hệ tại thời điểm t , ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i-1)}, {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)}$ - véc-tơ chuyển vị nút và véc-tơ nội lực nút của toàn hệ tại bước lặp thứ $(i-1)$ thuộc thời điểm $t + \Delta t$, ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}$ - véc-tơ ngoại lực quy nút của toàn hệ tại thời điểm $t + \Delta t$, ${}^t\mathbf{K}$ - ma trận độ cứng của toàn hệ tại thời điểm t (hình 4).

Các thuật toán giải lặp sẽ kết thúc khi thỏa mãn tiêu chuẩn hội tụ (về năng lượng) sau đây:

$$\frac{\Delta\mathbf{U}^{(i)T} \left({}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^{t+\Delta t}\mathbf{F}^{(i-1)} - \mathbf{M} {}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{U}}^{(i-1)} \right)}{\left[{}^{t+\Delta t}\mathbf{U}^{(i)} - {}^t\mathbf{U} \right]^T \left({}^{t+\Delta t}\mathbf{R} - {}^t\mathbf{F} - \mathbf{M} {}^t\ddot{\mathbf{U}} \right)} \leq ETOL, \quad (42)$$

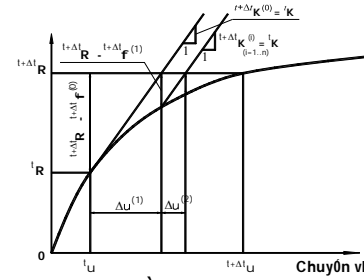
Trong đó $ETOL$ - sai số tính toán cho phép.

Dựa vào các thuật toán trên đã lập chương trình để giải bài toán trên máy tính.

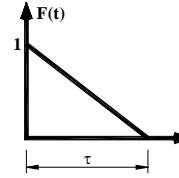
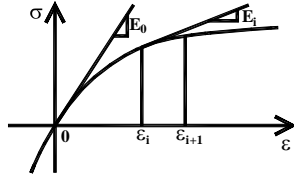
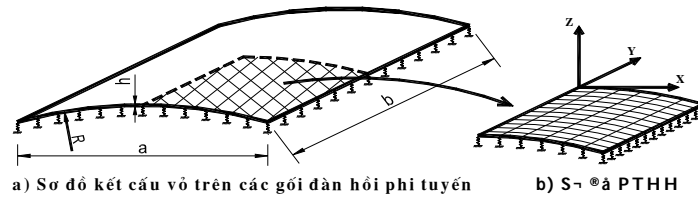
4. Thí dụ số

Tính phản ứng động của vỏ thoải dưới dạng vỏ trụ hờ trên các gối tựa đàn hồi phi tuyến (hình 5a) dưới tác dụng của tải trọng động ngắn hạn do nổ trong không khí gây ra và khảo sát ảnh hưởng của các gối trên đến trạng thái nội lực - chuyển vị của vỏ. Giả thiết các gối tựa chỉ làm việc trong trạng thái kéo-nén. Bỏ qua ảnh hưởng của lực cản.

Số liệu xuất phát



Hình 4. Sơ đồ giải lặp theo phương pháp Newton-Raphson biến đổi



Hình 6. Quan hệ $U'S - BD$ của vật liệu đàn hồi phi tuyến **Hình 7.** Hàm thời gian của tải trọng

- Kết cấu vỏ:
 - Kích thước hình học (hình 5a): $a=1m, b=2m, h=0,02m, R=1,513m$.
 - Vật liệu bằng thép: $E=2.10^{11} \frac{N}{m^2}, \nu=0,3, \rho=7850kg/m^3$.
- Kết cấu gối tựa: Vật liệu làm gối là đàn hồi phi tuyến, quan hệ ứng suất - biến dạng dọc trục trong trạng thái kéo-nén được cho trên hình 6 và có dạng [3]:

$$\sigma = \left[c_1 \left((1+\varepsilon) - \frac{1}{(1+\varepsilon)^2} \right) + c_2 \left(1 - \frac{1}{(1+\varepsilon)^3} \right) \right] c_3,$$

Với $c_1 = 75, c_2 = 25, c_3 = 0,667.10^2 \div 42,667.10^2$. Độ cứng kéo-nén của gối được cho bởi $K_U = E \frac{F}{L} = \frac{\sigma F}{\varepsilon L}$, với $F/L = 0.1852$.

- Tải trọng: Tải trọng phân bố đều trên toàn bộ bề mặt vỏ và tác dụng theo phương pháp tuyến với bề mặt vỏ với hàm thời gian $F(t)$ có dạng như trên hình 7.

$$\begin{cases} p(t) = p_m F(t), & F(t) = \begin{cases} 1 - \frac{t}{\tau} : 0 \leq t \leq \tau \\ 0 : t > \tau \end{cases} \\ p_m = 2 \frac{kG}{cm^2} = 196135 \frac{N}{m^2}, & \tau = 0,011728 \text{ s} \end{cases}$$

Sơ đồ rời rạc hóa PTHH

Do kết cấu đối xứng chịu tải trọng đối xứng nên trên hình 5b chỉ thể hiện $\frac{1}{4}$ kết cấu với lưới chia phần tử 6×12 , tương ứng 72 phần tử. Các gối đàn hồi có phương song với trục Z và tựa trên toàn bộ chu vi vỏ, số lượng gối đàn hồi trên $1/4$ chu vi vỏ là 19 cái. Thời gian tính toán $T = 2\tau$, bước thời gian $\Delta t = (1/50)\tau$.

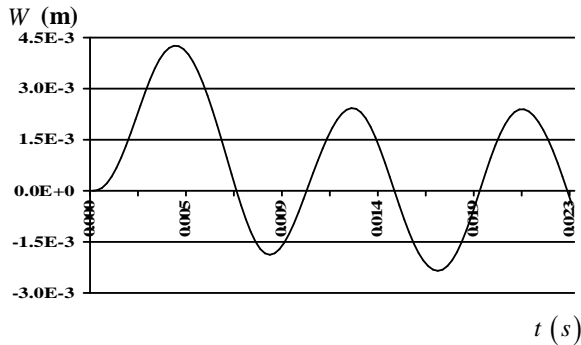
Kết quả tính

Sử dụng chương trình đã lập, đã tiến hành tính toán chuyển vị W và các mô-men M_{xx}, M_{yy} trong vỏ. Trên hình 8 là đồ thị thay đổi theo thời gian t của W tương ứng với độ cứng phi tuyến ban đầu của các gối $K_U^0 = 2560 \text{ kN/m}$. Trong bảng 1 và trên các hình vẽ 9 ÷ 11 dẫn ra kết quả tính toán giá trị cực đại của chuyển vị, nội lực tại điểm 0 (tâm vỏ) theo độ cứng phi tuyến ban đầu của gối K_U^0 ($K_U^0 = K_U|_{\varepsilon=0}$) thay đổi từ 40 đến 2560kN/m. Các hình vẽ 9 ÷ 11 đồng thời còn biểu diễn sự so sánh sự thay đổi giữa gối phi tuyến và tuyến tính của các đại lượng $W_{\max}, M_{xx \max}$ và $M_{yy \max}$. Trong đó, các gối tuyến tính có độ cứng bằng K_U^0 .

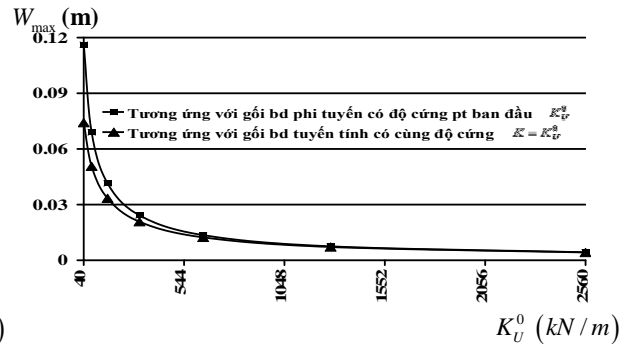
Bảng 1. Kết quả tính toán Chuyển vị và nội lực cực đại tại tâm vỏ

STT	Độ cứng phi tuyến ban đầu của gối K_U^0 (kN/m)	Chuyển vị và nội lực cực đại tại tâm vỏ		
		W_{\max} (m)	$M_{xx \max}$ (Nm/m)	$M_{yy \max}$ (Nm/m)
1	40	1,1613E-1	6,5523E+1	8,0052E+1
2	80	6,8893E-2	1,1497E+2	1,4222E+2
3	160	4,1466E-2	1,8770E+2	2,3062E+2
4	320	2,4197E-2	2,5700E+2	3,3394E+2

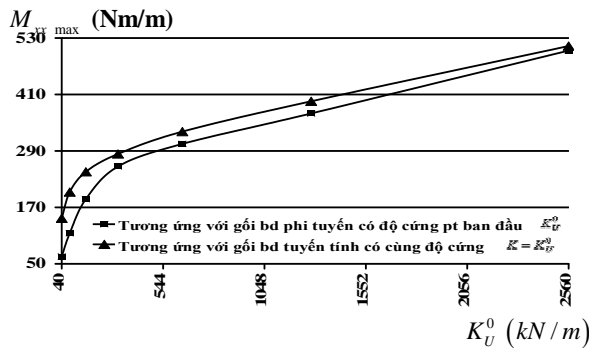
5	640	1,3535E-2	3,0500E+2	4,4493E+2
6	1280	7,5007E-3	3,6972E+2	5,2832E+2
7	2560	4,2979E-3	5,0325E+2	6,4091E+2



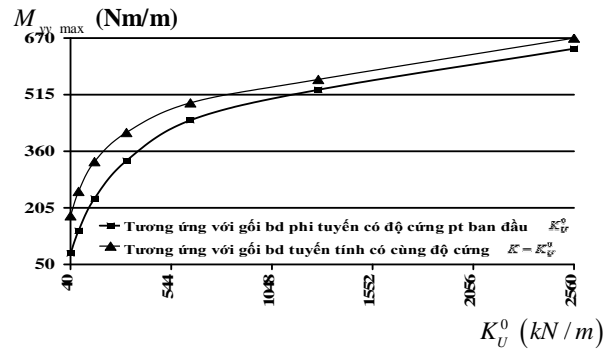
Hình 8. Đồ thị W tương ứng với độ cứng pt ban đầu của gối $K_U^0 = 2560 \frac{kN}{m}$



Hình 9. Ảnh hưởng độ cứng phi tuyến của gối tựa đến W_{max}



Hình 10. Ảnh hưởng độ cứng phi tuyến của gối tựa đến $M_{xx \max}$



Hình 11. Ảnh hưởng độ cứng phi tuyến của gối tựa đến $M_{yy \max}$

5. Kết luận

Trong bài báo đã xây dựng các phương trình, thuật toán và chương trình tính toán phản ứng động của kết cấu vỏ thoải trên các gối tựa đàn hồi phi tuyến bằng PP PTHH. Các kết quả nghiên cứu bằng số về ảnh hưởng của các gối tựa đàn hồi đối với vỏ cho thấy, khi độ cứng phi tuyến ban đầu K_U^0 của các gối tựa tăng lên thì các giá trị nội lực của vỏ tăng lên, chuyển vị của vỏ giảm xuống. Chuyển vị của vỏ có gối phi tuyến với độ cứng ban đầu K_U^0 lớn hơn chuyển vị của vỏ tương ứng có gối tuyến tính ($K = K_U^0$), còn nội lực thì ngược lại. Mức độ ảnh hưởng của tính phi tuyến của gối đối với trạng thái chuyển vị - nội lực của vỏ là đáng kể. Các kết quả nghiên cứu trên có thể vận dụng khi thiết kế và tính toán các công trình đặc biệt, chẳng hạn kết cấu cửa đường hầm máy bay chịu tải trọng do nổ gây ra.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYỄN VĂN HỢI. Cơ sở lý thuyết và các phương pháp tính vỏ đàn hồi. Học viện KTQS - 1997.
2. NGUYỄN ĐỨC THẮNG - NGUYỄN VĂN HỢI. Nghiên cứu phản ứng động của vỏ thoải trên các gối tựa đàn hồi tuyến tính chịu tác dụng của sóng nổ. Học viện KTQS - 2007.
3. Klaus Jurgen Bathe. Finite element procedure. Prentice Hall International, Inc 1996.
4. C.S.Krishnamoorthy. Finite element analysis - Theory and programming - Second edition. Tata McGraw-Hill publishing company limited, 1995.
5. Maurice Petyt. Introduction to finite element vibration analysis. Cambridge University press - 1990.
6. O.C.Zienkiewicz - R.L.Taylor. The finite element method. McGraw-Hill book company - 1991.