

KHẢO SÁT SỰ TẮT DẦN ĐỘNG TRONG PHÂN TÍCH ĐÁP ỨNG PHI TUYẾN BẰNG MÔ HÌNH HỆ SỐ TẮT DẦN TỶ LỆ VỚI ĐỘ CỨNG TỨC THỜI

ThS. PHAN VĂN QUẢNG
TS. OTANI SHUNSUKE
Đại học Tokyo - Nhật Bản
PGS. TS. OHAMI KOICHI
Đại học Chiba - Nhật Bản

1. Giới thiệu

Để giải thích cơ chế dao động của kết cấu dưới tác dụng của ngoại lực, nếu nhìn từ phương diện năng lượng dao động sẽ rất hữu dụng. Năng lượng chuyển động của kết cấu được triệt tiêu tại bên ngoài hay bên trong kết cấu với các hình thức triệt tiêu như: (1) năng lượng chuyển động được truyền xuống nền đất, (2) năng lượng chuyển động được tiêu giảm bằng cách cho phá hủy của phần tử cấu tạo bên trong kết cấu khi dao động vượt quá ngưỡng thiết kế cho phép, hoặc (3) năng lượng chuyển động được tiêu giảm dưới tác dụng của lực ma sát động. Trong thực tế, việc mô hình hóa "lực cản chuyển động tỉ lệ với vận tốc chuyển động" là không đủ cơ sở lý thuyết để chứng minh. Tuy nhiên, mô hình mà trong đó lực kháng nhớt được tính tỉ lệ với vận tốc chuyển động thường xuyên được sử dụng trong nghiên cứu do tính toán đơn giản và thể hiện được hiệu quả tiêu giảm năng lượng chuyển động.

Nghiên cứu này giới thiệu đặc tính của 2 mô hình tính toán hệ số tắt dần theo độ cứng tức thời của kết cấu trong khảo sát sự tắt dần động trong phân tích đáp ứng phi tuyến.

2. Mô hình tính toán hệ một bậc tự do

Hệ kết cấu 1 bậc tự do có khối lượng m và độ cứng k dao động tự do có lực quán tính tỉ lệ với gia tốc chuyển động của hệ \ddot{x} , lực đàn hồi tỉ lệ với chuyển vị x có phương trình chuyển động được biểu diễn như sau: $m\ddot{x} + kx = 0$ (1)

Phương trình chuyển động của hệ kết cấu 1 bậc tự do khối lượng m , độ cứng k , hệ số tắt dần c chịu tác dụng của gia tốc động đất theo phương ngang được biểu diễn như sau:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{y}$$
 (2)

Trong đó: x, \dot{x}, \ddot{x} lần lượt là chuyển vị, vận tốc và gia tốc chuyển động.

Trong các tính toán dao động từ trước đến nay, lực cản thường được giả định tỉ lệ thuận với vận tốc chuyển động, trong đó hệ số tắt dần c được coi là không đổi. Tuy nhiên, trong kết cấu thực tế, không đủ cơ sở lý thuyết để coi lực cản tỉ lệ với vận tốc chuyển động mà chỉ có thể biểu diễn biên độ dao động giảm tỉ lệ với thời gian chuyển động.

Trong phân tích, nhiều mô hình toán học lý tưởng đã được sử dụng để biểu diễn sự tắt dần của dao động. Mô hình được sử dụng nhiều nhất là mô hình tắt dần dao động bằng tính nhớt (viscous damping). Trong mô hình này, kết cấu chuyển động sinh ra lực cản $-c\dot{x}$ có độ lớn tỉ lệ với vận tốc tương đối và có chiều ngược với vận tốc chuyển động. Độ lớn của hệ số tắt dần c không thể xác định theo hình dạng cấu tạo hay đặc trưng vật liệu.

Trong hệ dao động tự do, nếu hệ số tắt dần c lớn hơn hệ số tắt dần tới hạn c_{cr} thì sẽ không xảy ra dao động tắt dần và ngược lại, nếu hệ số tắt dần c nhỏ hơn hệ số tắt dần tới hạn c_{cr} thì dao động tắt dần sẽ xảy ra, ở đây c_{cr} được tính theo công thức:

$$c_{cr} = 2\sqrt{mk}$$
 (3)

Hệ số tỉ lệ giữa hệ số tắt dần c và hệ số tắt dần tới hạn c_{cr} được gọi là hằng số tắt dần h ;

$$h = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$$
 (4)

3. Năng lượng tiêu hao trong mô hình tắt dần dao động bằng tính nhớt

Khi khảo sát sự tiêu hao năng lượng của kết cấu, để đơn giản xét trường hợp hệ 1 bậc tự do có khối lượng m , hệ số tắt dần c , độ cứng k chịu tác dụng của ngoại lực dao động điều hòa. Kết cấu dao động điều hòa chịu tác dụng của ngoại lực hình sin theo phương trình chuyển động;

$$x(t) = p \sin(\omega t + \varphi)$$
 (5)

Trong đó: p - biên độ dao động điều hòa; φ - độ lệch pha của ngoại lực, ω - tần số góc chuyển động. Năng lượng tiêu hao trong quá trình tắt dần theo mô hình hệ số cản nhớt trong 1 chu kỳ ΔW được tính

như sau:

$$\Delta W = \int_0^{T_n} c \dot{x} \dot{x} dt = \pi c \omega \rho^2 = 2\pi h \sqrt{mk} \omega \rho^2 \quad (6)$$

Năng lượng tiêu hao tỉ lệ với tần số góc ω và hằng số tắt dần h .

Trong trường hợp cộng hưởng, nghĩa là tần số góc của ngoại lực trùng với với tần số góc tự nhiên ω_n của kết cấu, năng lượng tiêu hao trở thành:

$$\Delta W = 2\pi h k \rho^2 \quad (7)$$

Như vậy, hằng số tắt dần h có thể được biểu diễn thông qua năng lượng tiêu hao và thế năng toàn phần tại thời điểm dao động đạt biên độ cực đại $W (= \frac{1}{2} k \rho^2)$ theo công thức sau:

$$h = \frac{\Delta W}{4\pi W} \quad (8)$$

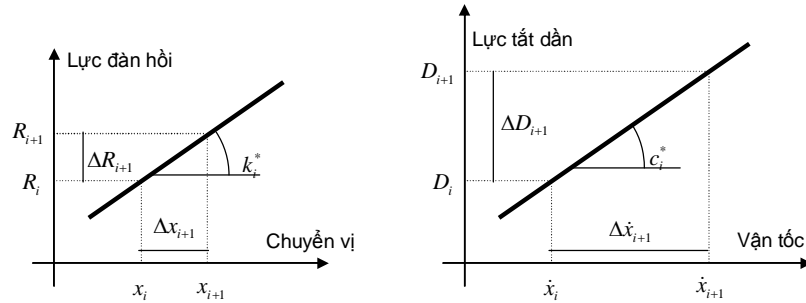
Từ công thức này, hằng số tắt dần h có thể được xem như một chỉ tiêu để đánh giá năng lượng tiêu hao của hệ dao động.

4. Mô hình hệ số tắt dần tỉ lệ với độ cứng tức thời

Trong trường hợp độ cứng của kết cấu giảm cùng với sự tiến triển của phá hoại trong kết cấu, hệ số tắt dần tức thời c^* thường được sử dụng để thể hiện sự giảm dần của năng lượng tiêu hao do tắt dần bằng tính nhất.

$$c^* = \frac{2h}{\omega_n} k^* \quad (9)$$

Trong đó, ω_n : tần số gắc trong trường hợp hằng số tắt dần $h=0$; k^* : độ cứng tức thời. Hệ số tắt dần tức thời c^* tỉ lệ thuận với độ cứng tức thời k^* và được biểu thị như hình 1.



Hình 1. Mối quan hệ giữa hệ số tắt dần và độ cứng tức thời

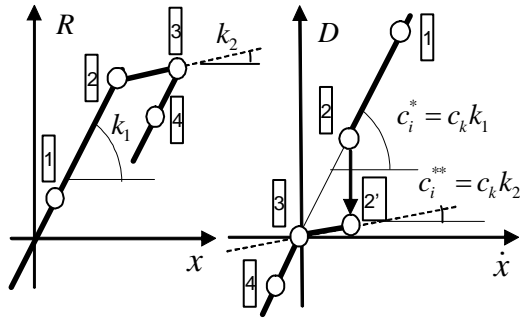
Để thỏa mãn quan hệ trên, trong tính toán dao động tắt dần đối với phân tích đáp ứng phi tuyến, 2 mô hình dưới đây có thể được sử dụng:

- Mô hình lực tắt dần không liên tục: Lực tắt dần D_i tại thời điểm t_i được tính dựa vào hệ số tắt dần tức thời và vận tốc tại thời điểm đó.

$$D_i = c_i^* \dot{x}_i \quad (10)$$

- Mô hình lực tắt dần liên tục: Phần tăng của lực tắt dần ΔD_i trong khoảng biến thiên thời gian Δt_i tỉ lệ với phần tăng vận tốc $\Delta \dot{x}_i$.

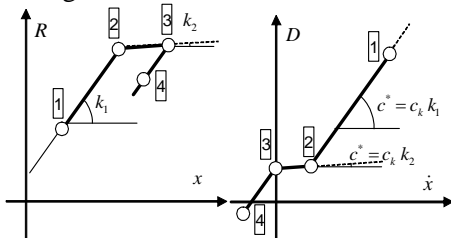
$$\Delta D_i = c_i^* \Delta \dot{x}_i \quad (11)$$



Hình2. Mô hình không liên tục

Trong mô hình lực tắt dần không liên tục (từ đây được gọi là Mô hình không liên tục), mối quan hệ giữa lực đàn hồi (R) – chuyển vị (x) và lực tắt dần (D) – vận tốc (\dot{x}) được biểu thị ở hình 2. Tương ứng với điểm 2 ở sơ đồ biểu diễn quan hệ lực đàn hồi – chuyển vị, tại điểm 2 (trước khi độ cứng thay đổi) và điểm 2' (sau khi độ cứng thay đổi) ở sơ đồ biểu diễn quan hệ lực tắt dần – vận tốc, lực tắt dần thay đổi không liên tục. Tuy nhiên, do lực tắt dần được tính bằng tích giữa vận tốc và hệ số tắt dần nên trong khoảng thời gian tích phân, dù độ cứng có thay đổi thì tại thời điểm mới, lực tắt dần vẫn có thể tính toán chính xác theo công thức (11) mà không phụ thuộc vào kết quả tính của lực tắt dần ở thời điểm trước đó, do đó sẽ tiện dụng cho việc tính toán phân tích phi tuyến. Khi dao động tắt hẳn, vận tốc bằng không thì lực tắt dần cũng bằng không.

Mô hình lực tắt dần liên tục (từ đây được gọi là mô hình liên tục) được biểu thị tại hình 3. Ở mô hình này, phần tăng của lực tắt dần được tính bằng tích của hệ số tắt dần và phần tăng của vận tốc nên dù độ cứng có thay đổi thì lực tắt dần vẫn biến đổi liên tục. Tuy nhiên, ở mô hình này, dù vận tốc tăng lên thì lực tắt dần không nhất thiết cũng phải tăng theo. Ngoài ra, tại thời điểm độ cứng thay đổi không thể đánh giá chính xác phần tăng vận tốc. Do đó, không thể xác định đúng lực tắt dần ứng với sự thay đổi độ cứng đó. Hơn nữa, khi kết cấu ngừng chuyển động thì lực tắt dần không nhất thiết phải bằng không.

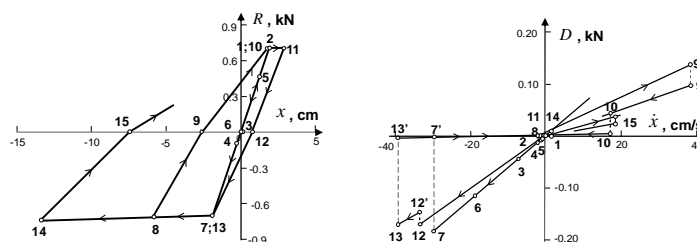


Hình3. Mô hình liên tục

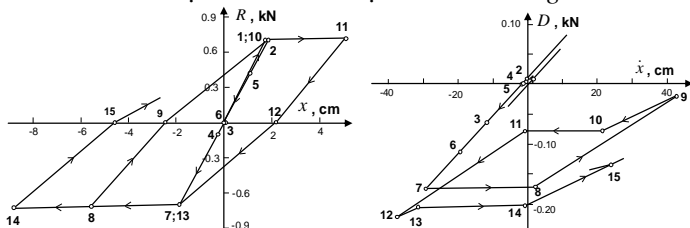
5. Đáp ứng động đất của mô hình không liên tục và mô hình liên tục

Xét hệ một bậc tự do có hằng số giảm suy trong miền đàn hồi $h=0.05$, chu kỳ dao động tự nhiên (ứng với hệ khi $h=0$) trong miền đàn hồi $T=1(s)$. Lực giới hạn đàn hồi $0.702(kN)$, chuyển vị giới hạn đàn hồi $17.79(mm)$, độ cứng ở trạng thái dẻo bằng $1/100$ độ cứng ở trạng thái đàn hồi, dùng mô hình đường đặc tính tải trọng - chuyển vị Pivot^[3] (Pivot hysteresis model). Quan hệ giữa lực đàn hồi – chuyển vị, lực tắt dần – vận tốc theo 2 mô hình trên đối với sóng động đất El Centro 1940(NS) (lấy đối với $3.5s$ đầu tiên) được so sánh ở hình 4 và 5. Khoảng biến thiên thời gian dt là $0.01s$.

Ở mô hình không liên tục (hình 4.a), tại điểm 7 độ cứng của hệ thay đổi lớn. Ngay trước và sau điểm 7, có thể thấy lực tắt dần thay đổi không liên tục (hình 4.b). Tại mô hình liên tục (hình 5), khi vận tốc bằng không thì vẫn còn lực tắt dần tương đối lớn tác dụng. Do đó, có thể thấy rằng đặc tính tắt dần ở mô hình này hoàn toàn khác với ở mô hình liên tục.

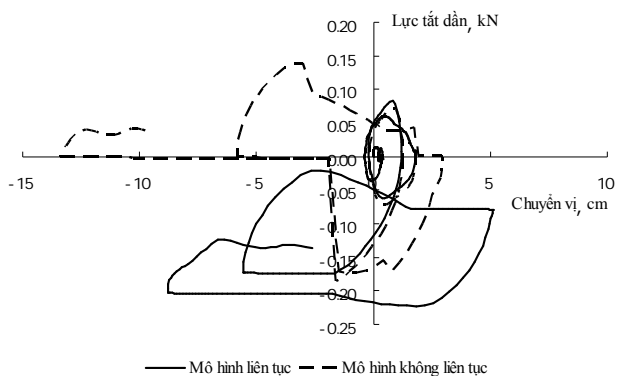


(a) Quan hệ lực đàn hồi – chuyển vị (b) Quan hệ lực tắt dần – vận tốc
Hình 4. Lực đàn hồi và lực tắt dần trong Mô hình không liên tục



(a) Quan hệ lực đàn hồi – chuyển vị (b) Quan hệ lực tắt dần – vận tốc
Hình 5. Lực đàn hồi và lực tắt dần trong Mô hình liên tục

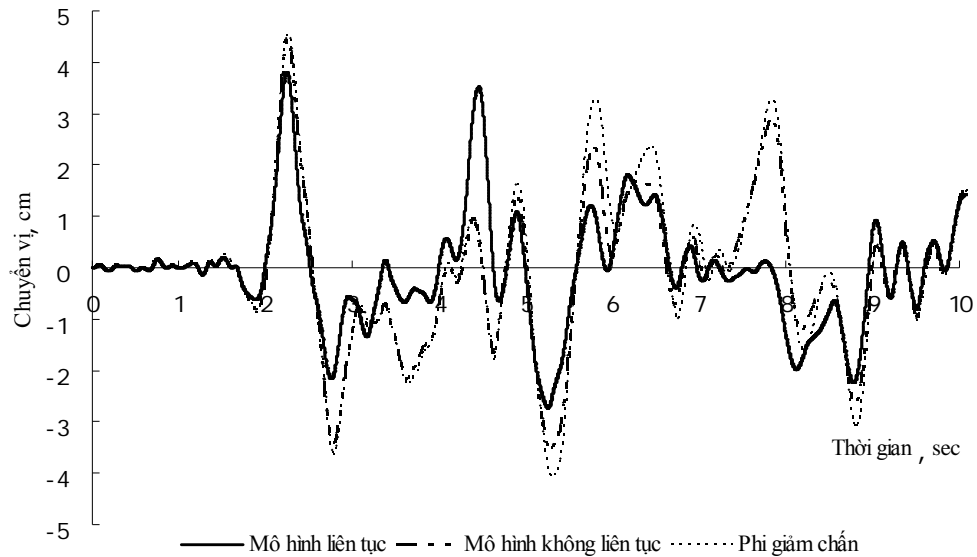
Hình 6 thể hiện quan hệ giữa lực tắt dần và chuyển vị. Diện tích được bao bởi đường cong thể hiện quan hệ giữa lực tắt dần và chuyển vị biểu thị năng lượng tiêu hao do tắt dần bằng tính nhót. Có thể thấy rằng, tiêu hao năng lượng ở mô hình liên tục là lớn hơn ở mô hình không liên tục.



Hình 6. Quan hệ giữa lực tắt dần và chuyển vị

Tiếp theo, phân tích hệ một bậc tự do có hằng số tắt dần trong miền đàn hồi $h = 0.05$, chu kỳ dao động tự nhiên (ứng với hệ khi $h = 0$) trong miền đàn hồi $T = 0.2(s)$. Lực giới hạn đàn hồi 1.798 (kN), chuyển vị giới hạn đàn hồi 1.82 (mm), độ cứng sau trạng thái đàn hồi bằng 1/100 độ cứng ở trạng thái đàn hồi, dùng mô hình đường đặc tính tải trọng - chuyển vị Pivot. Khoảng biến thiên thời gian là 0.005s. chuyển vị phản ứng theo thời gian được xem xét theo 3 mô hình: Mô hình liên tục, mô hình không liên tục và Mô hình hệ dao động phi tắt dần ($h = 0$) đối với sóng động đất El Centro 1940(NS) (lấy đối với 10 giây đầu tiên) được so sánh ở hình 7. Ta có thể thấy chuyển vị phản ứng theo thời gian ở mô hình không liên tục và mô hình hệ dao động tự nhiên gần như đồng dạng với nhau, trong khi ở mô hình liên tục lại có khuynh hướng khác biệt với hai mô hình trên.

Đối với mô hình liên tục, khi tính toán, giá trị cực đại của đáp ứng thay đổi phụ thuộc vào độ lớn của tỉ số $\frac{dt}{T}$ giữa khoảng biến thiên thời gian dt và chu kỳ dao động tự nhiên T , thể hiện sự cần thiết phải tính toán chính xác những điểm mà tại đó độ cứng thay đổi. Tỉ số $\frac{dt}{T}$ phải đủ nhỏ (tùy theo yêu cầu độ chính xác của kết quả tính toán) để đảm bảo độ chính xác cho kết quả tính toán.



Hình7. Phản ứng động đất dạng sóng của 2 mô hình tắt dần và mô hình hệ dao động tự nhiên

6. Kết luận

Trong tính toán khảo sát sự tắt dần động trong phân tích đáp ứng phi tuyến tính, ở mô hình không liên tục, hiệu quả tắt dần nhỏ hơn và có ứng xử đồng dạng với trường hợp dao động tự nhiên nên có độ tin cậy cao hơn mô hình không liên tục. Ở mô hình liên tục, tỉ số giữa khoảng biên thiên thời gian dt và chu kỳ dao động tự nhiên T phải đủ nhỏ để đảm bảo tính chính xác trong tính toán đánh giá độ cứng tức thời.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. OTANI SHUNSUKE. Vibration Destruction Experiment of Reinforced Concrete Frame (Document for Dynamic Nonlinear Analysis), Architect Institute of Japan, Summaries of Technical Papers of Annual Conference, pp.1555-1556, Kinki, Japan, September 1980.
2. OTANI. "SAKE Inelastic Response of R/C Frames to Earthquake", The NISEE Software Library 2nd edition.
3. DOWELL, R. K., F. SEIBLE and E. L. WILSON. Pivot Hysteresis Model for Reinforced Concrete Members, *ACI Structural Journal*, Title No. 95-S55, Vol. 95, No. 5, pp.607-617, September-October 1998.