

TÍNH TOÁN ĐỘNG LỰC HỌC KHUNG PHẪNG ĐÀN - DẪO CÓ KỂ ĐẾN CÁC ĐIỀU KIỆN BAN ĐẦU DO CÁC TÁC DỤNG TĨNH GÂY RA

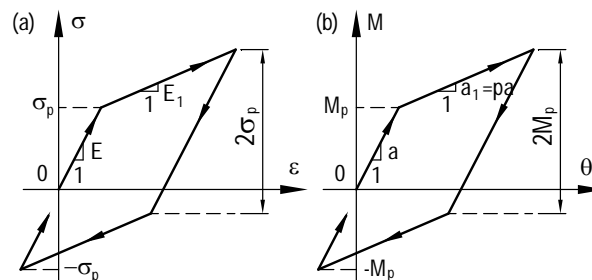
ThS. NGUYỄN VĂN TÚ, GS., TSKH. NGUYỄN VĂN HỢI
Học viện Kỹ thuật Quân sự

Tóm tắt: Trong bài báo trình bày phương pháp và các kết quả tính toán khung phẳng đàn – dẻo chịu tác dụng của tải trọng động có kể đến các điều kiện ban đầu của kết cấu do các tác dụng tĩnh gây ra. Mô hình đàn – dẻo của vật liệu được sử dụng là mô hình đàn – dẻo song tuyến tính. Trong mô hình tính của kết cấu, ngoài các yếu tố trên, còn phải kể đến ảnh hưởng của lực dọc đến mômen dẻo giới hạn của tiết diện và tính phi tuyến hình học của kết cấu. Phương trình chuyển động phi tuyến của kết cấu được thiết lập bằng phương pháp phần tử hữu hạn và được giải bằng phương pháp Newmark kết hợp với phương pháp lặp Newton – Raphson biến điệu. Từ các thuật toán nhận được lập chương trình tính và nghiên cứu ảnh hưởng của các tham số tính toán đến trạng thái chuyển vị – nội lực của kết cấu.

1. Mở đầu

Trong các bài báo [1,2,3] đã nghiên cứu phản ứng động lực học của khung phẳng biến dạng theo mô hình đàn – dẻo song tuyến tính (ĐDSTT) với giả thiết trạng thái chuyển vị – nội lực ban đầu (thời điểm $t = 0$) bằng không. Trong thực tế tồn tại ứng suất và biến dạng ban đầu trong kết cấu do các tác dụng tĩnh khác nhau gây ra như do trọng lượng bản thân các cấu kiện, do tải trọng tác dụng tĩnh, do sự chênh lệch nhiệt độ trên cấu kiện, do các cấu kiện chế tạo không chính xác, do chuyển vị cưỡng bức của chân công trình do lún nền móng,... Trong bài báo này, tiếp tục phát triển các kết quả của công trình nghiên cứu ở trên [1,2,3], xây dựng phương pháp và thuật toán tính khung phẳng đàn – dẻo chịu tác dụng của tải trọng động có kể đến các điều kiện ban đầu của kết cấu do các tác dụng tĩnh gây ra. Ngoài ra, cũng như các bài báo trước, ở đây có kể đến ảnh hưởng đồng thời của lực dọc đến mômen dẻo giới hạn của tiết diện và tính phi tuyến hình học của hệ. Ở đây thừa nhận các giả thiết sau:

- Tất cả các phần tử của hệ khi chưa chịu tải đều thẳng và có diện tích tiết diện ngang là A không đổi (đối với từng phần tử), các tiết diện đều phẳng trước và sau khi biến dạng;
- Vật liệu kết cấu biến dạng theo mô hình ĐDSTT, theo đó quan hệ ứng suất – biến dạng có dạng như trên hình 1(a), còn quan hệ mômen uốn – góc xoay tại các tiết diện thanh có dạng như trên hình 1(b), trong đó: σ_p, M_p - tương ứng là ứng suất chảy dẻo và mô men dẻo giới hạn của tiết diện khi uốn thuần túy [3]; E, E_1 - tương ứng là mô đun đàn hồi và đàn - dẻo của vật liệu; ρ - hệ số đặc trưng cho tính biến cứng của vật liệu; ε - biến dạng; θ - góc xoay tiết diện thanh; a - độ cứng chống uốn đàn hồi của phần tử;
- Biến dạng dẻo xuất hiện và phát triển trong các phần tử của kết cấu là các biến dạng dẻo tập trung, theo đó biến dạng dẻo chỉ tồn tại ở các tiết diện có mômen uốn lớn nhất, các tiết diện còn lại của kết cấu biến dạng đàn hồi tuyến tính (ĐHTT) trong suốt quá trình chịu tải;
- Xét đến tính phi tuyến hình học của kết cấu (như đã trình bày trong bài báo [2]);
- Kể đến ảnh hưởng của lực dọc N đến mômen dẻo giới hạn của tiết diện (như đã trình bày trong bài báo [3]);
- Các tác dụng gây ra các điều kiện ban đầu trong kết cấu là các tác dụng tĩnh và tồn tại đồng thời với tải trọng động trong suốt quá trình chịu tải.



Hình 1. Mô hình vật liệu ĐDSTT: (a) Quan hệ ứng suất – biến dạng;
(b) Quan hệ mômen uốn – góc xoay của tiết diện thanh

2. Véc tơ tải trọng quy nút do các tác dụng tĩnh gây ra

Kết cấu khung khảo sát sẽ được tính toán theo phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH). Tải trọng quy nút do tải trọng động gây ra đã được trình bày trong [1]. Dưới đây dẫn ra các véc tơ tải trọng quy nút do các tác dụng tĩnh gây ra.

2.1. Véc tơ tải trọng quy nút do lực khối gây ra

Lực khối tác dụng lên hệ là do trọng lượng bản thân gây ra, có phương thẳng đứng và có chiều hướng xuống. Véc tơ tải trọng quy nút của phần tử thanh do lực này gây ra có dạng [4,7]:

$$\{R_b\}_m = \int_L [N]_m^T \{p_b\}_m dL \quad (1)$$

Trong đó: $[N]_m$ - hàm dạng của phần tử thanh [4,7]; $\{p_b\}_m$ - véc tơ tải trọng lượng bản thân trên đơn vị dài của phần tử.

Tùy theo tính chất liên kết ở hai đầu của phần tử, sử dụng (1) ta nhận được:

- Phần tử cả hai đầu ngàm

$$\{R_b\}_m = -\frac{\rho AL}{2} \left\{ \sin\alpha_x \quad \cos\alpha_x \quad \frac{L\cos\alpha_x}{6} \quad \sin\alpha_x \quad \cos\alpha_x \quad -\frac{L\cos\alpha_x}{6} \right\}^T \quad (2)$$

- Phần tử có đầu i ngàm, đầu j khớp:

$$\{R_b\}_m = -\frac{\rho AL}{2} \left\{ \sin\alpha_x \quad \frac{5\cos\alpha_x}{4} \quad \frac{L\cos\alpha_x}{4} \quad \sin\alpha_x \quad \frac{3\cos\alpha_x}{4} \quad 0 \right\}^T \quad (3)$$

- Phần tử có đầu i khớp, đầu j ngàm:

$$\{R_b\}_m = -\frac{\rho AL}{2} \left\{ \sin\alpha_x \quad \frac{3\cos\alpha_x}{4} \quad 0 \quad \sin\alpha_x \quad \frac{5\cos\alpha_x}{4} \quad -\frac{L\cos\alpha_x}{4} \right\}^T \quad (4)$$

- Phần tử cả hai đầu khớp:

$$\{R_b\}_m = -\frac{\rho AL}{2} \left\{ \sin\alpha_x \quad \cos\alpha_x \quad 0 \quad \sin\alpha_x \quad \cos\alpha_x \quad 0 \right\}^T \quad (5)$$

Trong đó: ρ - trọng lượng riêng của vật liệu; A – diện tích tiết diện phần tử; L – chiều dài của phần tử; α_x – góc giữa trục ox của hệ tọa độ phần tử và trục OX của hệ tọa độ chung.

2.1 Véc tơ tải trọng quy nút do lực bề mặt gây ra

Véc tơ tải trọng quy nút do lực bề mặt gây ra của phần tử thanh có dạng [4,7]:

$$\{R_s\}_m = \int_L [N]_m^T \{p_s\}_m dL \quad (6)$$

Trong đó: $\{p_s\}_m$ - véc tơ tải trọng bề mặt trên đơn vị dài của phần tử.

Giả thiết véc tơ tải trọng bề mặt gồm tải trọng pháp tuyến $p(x)$ và tải trọng tiếp tuyến $\tau(x)$. Trong trường hợp tải trọng phân bố đều $p(x)=p$, $\tau(x)=\tau$, ta có:

- Phần tử cả hai đầu ngàm:

$$\{R_s\}_m = \left\{ \frac{1}{2}\tau L \quad \frac{1}{2}pL \quad \frac{1}{12}pL^2 \quad \frac{1}{2}\tau L \quad \frac{1}{2}pL \quad -\frac{1}{12}pL^2 \right\}^T \quad (7)$$

- Phần tử có đầu i ngàm, đầu j khớp:

$$\{R_s\}_m = \left\{ \frac{1}{2}\tau L \quad \frac{5}{8}pL \quad \frac{1}{8}pL^2 \quad \frac{1}{2}\tau L \quad \frac{3}{8}pL \quad 0 \right\}^T \quad (8)$$

- Phần tử có đầu i khớp, đầu j ngàm:

$$\{R_s\}_m = \left\{ \frac{1}{2}\tau L \quad \frac{3}{8}pL \quad 0 \quad \frac{1}{2}\tau L \quad \frac{5}{8}pL \quad -\frac{1}{8}pL^2 \right\}^T \quad (9)$$

- Phần tử cả hai đầu khớp:

$$\{R_s\}_m = \left\{ \frac{1}{2}\tau L \quad \frac{1}{2}pL \quad 0 \quad \frac{1}{2}\tau L \quad \frac{1}{2}pL \quad 0 \right\}^T \quad (10)$$

2.2. Véc tơ tải trọng quy nút do biến dạng ban đầu gây ra

Với phần tử thanh, biến dạng ban đầu được khảo sát ở đây là biến dạng dọc trục thanh nên $\{\varepsilon_0\} = \varepsilon_x$, theo đó véc tơ tải trọng quy nút tương ứng có dạng:

$$\{R_{\varepsilon_0}\}_m = \int_V [B]_m^T E \varepsilon_x dV \quad (11)$$

Trong đó: $[B]_m$ - ma trận biến dạng – chuyển vị của phần tử [4,7].

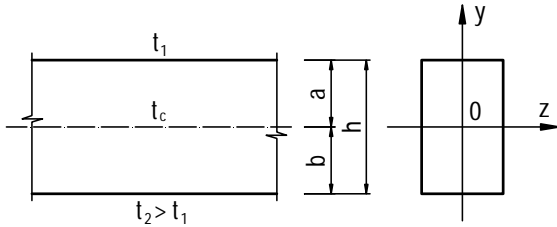
Xét trường hợp biến dạng ban đầu do sự thay đổi nhiệt độ gây ra. Nếu gọi t_1, t_2 là nhiệt độ ở phía trên và phía dưới của phần tử (không phụ thuộc vào thời gian) (hình 2), đồng thời thừa nhận nhiệt độ thay đổi theo chiều cao của tiết diện có luật bậc nhất thì biến thiên nhiệt độ dọc theo trục thanh là:

$$t_c = \frac{a.t_1 + b.t_2}{h} \quad (12)$$

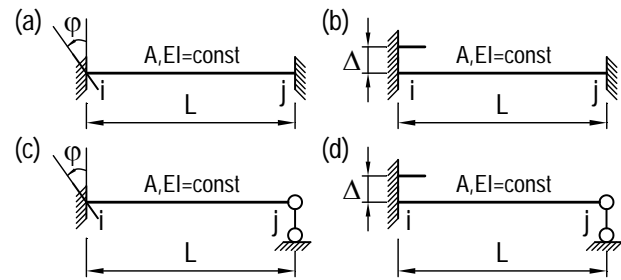
Dưới tác dụng của nhiệt độ, các thớ song song với trục thanh bị biến dạng và được xác định theo công thức:

$$\varepsilon_x = \alpha_t.t_c - y \frac{\alpha_t}{h}(t_2 - t_1), \quad (13)$$

Trong đó: α_t là hệ số dẫn nở nhiệt của vật liệu, y là khoảng cách từ trục thanh đến thớ khảo sát, $-b \leq y \leq a$.



Hình 2. Phần tử chịu sự thay đổi nhiệt độ



Hình 3. Phần tử thanh chịu chuyển vị cưỡng bức

Kết hợp (11) và (13) ta nhận được véc tơ tải trọng nút do nhiệt độ gây ra dưới đây:

- Phần tử cả hai đầu ngàm:

$$\{R_T\}_m = \left\{ -EA\alpha_t t_c \quad 0 \quad \frac{EI\alpha_t}{h}(t_2 - t_1) \quad EA\alpha_t t_c \quad 0 \quad -\frac{EI\alpha_t}{h}(t_2 - t_1) \right\}^T \quad (14)$$

- Phần tử có đầu i ngàm, đầu j khớp:

$$\{R_T\}_m = \left\{ -EA\alpha_t t_c \quad \frac{3EI\alpha_t}{2hL}(t_2 - t_1) \quad \frac{3EI\alpha_t}{2h}(t_2 - t_1) \quad EA\alpha_t t_c \quad -\frac{3EI\alpha_t}{2hL}(t_2 - t_1) \quad 0 \right\}^T \quad (15)$$

- Phần tử có đầu i khớp, đầu j ngàm:

$$\{R_T\}_m = \left\{ -EA\alpha_t t_c \quad \frac{3EI\alpha_t}{2hL}(t_2 - t_1) \quad 0 \quad EA\alpha_t t_c \quad -\frac{3EI\alpha_t}{2hL}(t_2 - t_1) \quad -\frac{3EI\alpha_t}{2h}(t_2 - t_1) \right\}^T \quad (16)$$

- Phần tử cả hai đầu khớp:

$$\{R_T\}_m = \left\{ -EA\alpha_t t_c \quad 0 \quad 0 \quad EA\alpha_t t_c \quad 0 \quad 0 \right\}^T \quad (17)$$

2.4. Véc tơ tải trọng nút do chuyển vị cưỡng bức ban đầu tại các nút gây ra

Véc tơ tải trọng nút do chuyển vị cưỡng bức ban đầu tại các nút gây ra có dạng:

$$\{R_{\Delta_0}\}_m = [K]_m \{U_0\}_m \quad (18)$$

Trong đó: $[K]_m$ - ma trận độ cứng của phần tử thanh ĐHTT [1,4,7], $\{U_0\}_m$ - véc tơ chuyển vị cưỡng bức ban đầu tại các nút. Xét các trường hợp như trên hình 3, ta nhận được:

- Phần tử cả hai đầu ngàm (hình 3 (a), (b)) :

$$\{R_\varphi\}_m = \varphi \left\{ 0 \quad \frac{6EI}{L^2} \quad \frac{4EI}{L} \quad 0 \quad -\frac{6EI}{L^2} \quad \frac{2EI}{L} \right\}^T, \quad (19)$$

$$\{R_\Delta\}_m = \Delta \left\{ 0 \quad \frac{12EI}{L^3} \quad \frac{6EI}{L^2} \quad 0 \quad -\frac{12EI}{L^3} \quad \frac{6EI}{L^2} \right\}^T. \quad (20)$$

- Phần tử có đầu i ngàm, đầu j khớp (hình 3 (c), (d)):

$$\{R_\varphi\}_m = \varphi \left\{ 0 \quad \frac{3EI}{L^2} \quad \frac{3EI}{L} \quad 0 \quad -\frac{3EI}{L^2} \quad 0 \right\}^T, \quad (21)$$

$$\{R_\Delta\}_m = \Delta \left\{ 0 \quad \frac{3EI}{L^3} \quad \frac{3EI}{L^2} \quad 0 \quad -\frac{3EI}{L^3} \quad 0 \right\}^T. \quad (22)$$

Trong đó: I – mômen quán tính tiết diện phần tử.

Các véc tơ tải trọng quy nút trên đều viết trong hệ tọa độ cục bộ của phần tử (x,y) . Khi “ghép nối” vào véc tơ tải trọng của kết cấu, cần phải biến đổi chúng về hệ tọa độ chung (X,Y) nhờ ma trận biến đổi $[T]_m$ [1, 2, 3, 4, 6].

3. Phương trình chuyển động của kết cấu và phương pháp giải

Khảo sát hệ khung phẳng đàn – dẻo chịu tác dụng của tải trọng động với các giả thiết như đã trình bày trong mục 1. Để tính toán kết cấu khung sẽ sử dụng phương pháp PTHH, theo đó phương trình chuyển động của toàn bộ kết cấu được hình thành từ các phương trình chuyển động của các phần tử. Phương trình chuyển động tổng quát của kết cấu đàn – dẻo có kể đến các điều kiện ban đầu do các tác dụng tĩnh gây ra có dạng [8,9]:

$$[M(\{U\})]\{\ddot{U}\} + [C(\{U\})]\{\dot{U}\} + \{f_s(\{U\})\} = \{R\}, \quad (23)$$

Trong đó, $\{U\}, \{\dot{U}\}, \{\ddot{U}\}$ tương ứng là véc tơ chuyển vị, vận tốc và gia tốc của các nút trong hệ; $[M(\{U\})], [C(\{U\})]$ tương ứng là ma trận khối lượng và ma trận cản của hệ; $\{f_s(\{U\})\}$ - véc tơ lực phục hồi (nội lực nút) của hệ; $\{R\}$ - véc tơ tải trọng quy nút của hệ, $\{R\} = \{R_d\} + \{R_t\}$, với $\{R_d\}$ là véc tơ tải trọng tác dụng động và $\{R_t\}$ là véc tơ tải trọng quy nút do các tác dụng tĩnh gây ra.

$$\text{Phương trình (23) cần thỏa mãn điều kiện ban đầu } (t=0): \{\dot{U}\}_{t=0} = 0, \{\ddot{U}\}_{t=0} = 0, \{R\}_{t=0} = \{R_t\} \quad (24)$$

Với các điều kiện (24) phương trình (23) có dạng:

$$\{f_s(\{U\})\} = \{R_t\}. \quad (25)$$

Để giải phương trình chuyển động của hệ (23), sử dụng phương pháp tích phân trực tiếp Newmark kết hợp với phương pháp lặp Newton - Raphson biến điệu [3,4,5,7,8,9].

Theo các phương pháp tích phân trực tiếp, thời gian khảo sát được chia thành “ n ” khoảng bằng nhau Δt . Giả thiết đã biết các tham số chuyển động của kết cấu tại thời điểm t là $\{U_t\}, \{\dot{U}_t\}, \{\ddot{U}_t\}$. Cần xác định các tham số chuyển động của kết cấu tại thời điểm $t+\Delta t$ là $\{U_{t+\Delta t}\}, \{\dot{U}_{t+\Delta t}\}, \{\ddot{U}_{t+\Delta t}\}$. Để tìm nghiệm của bài toán, theo phương pháp Newmark phương trình chuyển động (23) của hệ được viết lại dưới dạng số gia [8,9]:

$$[M_t]\{\Delta\ddot{U}\}_t + [C_t]\{\Delta\dot{U}\}_t + \{\Delta f_s\}_t = \{\Delta R\}_t, \quad (26)$$

Trong đó: $[M_t], [C_t]$ tương ứng là ma trận khối lượng và ma trận cản của hệ tại thời điểm t .

$$\{\Delta U\}_t = \{U\}_{t+\Delta t} - \{U\}_t; \{\Delta\dot{U}\}_t = \{\dot{U}\}_{t+\Delta t} - \{\dot{U}\}_t; \{\Delta\ddot{U}\}_t = \{\ddot{U}\}_{t+\Delta t} - \{\ddot{U}\}_t; \{\Delta f_s\}_t = \{f_s\}_{t+\Delta t} - \{f_s\}_t. \quad (27)$$

$$\{\Delta R\}_t = \{R\}_{t+\Delta t} - \{R\}_t \quad (28)$$

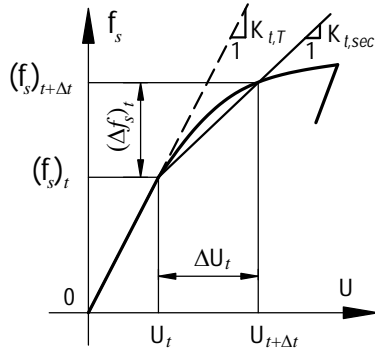
$$\{\Delta f_s\}_t = [K_t]_{\text{sec}} \{\Delta U\}_t \quad (29)$$

$[K_t]_{\text{sec}}$ - ma trận độ cứng cát tuyến của hệ tại thời điểm t (hình 4). Nếu bước thời gian Δt đủ nhỏ thì ma trận độ cứng cát tuyến có thể thay thế bằng ma trận độ cứng tiếp tuyến $[K_t]_T$, theo đó phương trình (29) được xấp xỉ dưới dạng:

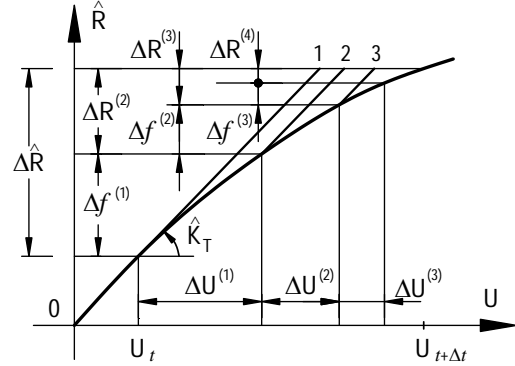
$$\{\Delta f_s\}_t \cong [K_t]_T \{\Delta U\}_t \quad (30)$$

Tính đến (30) và bỏ qua chỉ số T từ $[K_t]_T$, phương trình (26) có dạng:

$$[M_t]\{\Delta\ddot{U}\}_t + [C_t]\{\Delta\dot{U}\}_t + [K_t]\{\Delta U\}_t = \{\Delta R\}_t. \quad (31)$$



Hình 4. Quan hệ nội lực – chuyển vị của hệ phi tuyến



Hình 5. Sơ đồ lặp biến đổi Newton – Raphson trong mỗi bước bước thời gian

Trong thực hành tính toán, ma trận cản $[C_t]$ được thừa nhận dưới dạng tổ hợp tuyến tính của ma trận khối lượng và ma trận độ cứng: $[C_t] = \gamma[M_t] + \beta[K_t]$, với γ và β là các hệ số cản Rayleigh, được xác định theo các tần số dao động riêng thấp nhất của kết cấu ω_1, ω_2 và các tỷ số cản tương ứng ζ_1, ζ_2 [3,4,5,8,9]. Các ma trận của hệ tại thời điểm t : $[M_t], [K_t], [C_t]$ phụ thuộc vào trạng thái biến dạng đàn – dẻo ở hai đầu thanh trong đó có kể đến tính phi tuyến hình học của kết cấu và đã được thiết lập trong bài báo [2]. Sử dụng các quan hệ của phương pháp tích phân Newmark [3,8,9], phương trình cân bằng (31) dẫn tới dạng:

$$[\hat{K}_t] \{\Delta U\}_t = \{\Delta \hat{R}\}_t, \quad (32)$$

Trong đó:

$$\begin{aligned} [\hat{K}_t] &= [K_t] + a_0[M_t] + a_1[C_t], \\ \{\Delta \hat{R}\}_t &= \{\Delta R\}_t + (a_2[M_t] + a_4[C_t])\{\dot{U}\}_t + (a_3[M_t] + a_5[C_t])\{\ddot{U}\}_t, \\ a_0 &= \frac{1}{\alpha\Delta t^2}, \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t}, \quad a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t}, \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha}, \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} \quad \text{và} \quad a_5 = \Delta t \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right). \end{aligned}$$

Các tham số α và δ là các hằng số được chọn như sau [3,4,5,7,8]: với phương pháp gia tốc trung bình: $\delta=1/2, \alpha=1/4$; với phương pháp gia tốc tuyến tính: $\delta=1/2, \alpha=1/6$.

Phương trình (32) là phương trình tựa tĩnh, có $[\hat{K}_t]$ phụ thuộc vào véc tơ chuyển vị $\{U\}$ nên là phương trình phi tuyến. Để giải nó sẽ sử dụng phương pháp lặp Newton - Raphson biến đổi [3]. Giải phương trình (32), ta nhận được $\{\Delta U\}_t$, từ đó xác định được $\{\Delta \dot{U}\}_t, \{\Delta \ddot{U}\}_t$ theo các phương trình sau [3]:

$$\{\Delta \dot{U}\}_t = a_1 \{\Delta U\}_t - a_4 \{\dot{U}\}_t - a_5 \{\ddot{U}\}_t, \quad \{\Delta \ddot{U}\}_t = a_1 \{\Delta U\}_t - a_2 \{\dot{U}\}_t - a_3 \{\ddot{U}\}_t. \quad (33)$$

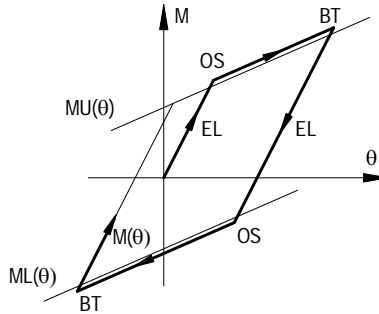
Các biểu thức trong (32) và (33) cần thỏa mãn các điều kiện ban đầu (24).

Giá trị nội lực của phần tử tại thời điểm $t + \Delta t$:

$$\{S_{t+\Delta t}\}_m = \{S_t\}_m + [K_t]_m \{\Delta U_t\}_m + [M_t]_m \{\Delta \ddot{U}_t\}_m + [C_t]_m \{\Delta \dot{U}_t\}_m - \{\Delta R_t\}_m, \quad (34)$$

Trong đó: $\{S_t\}_m = \{N_i \ Q_i \ M_i \ N_j \ Q_j \ M_j\}_t^T$ – véc tơ nội lực của phần tử thứ “ m ” tại thời điểm t ($\{S_{t=0}\}_m = [K_{t=0}]_m \{U_{t=0}\}_m$); $\{\Delta U_t\}_m, \{\Delta \dot{U}_t\}_m, \{\Delta \ddot{U}_t\}_m$ – tương ứng là số gia véc tơ chuyển vị, vận tốc và gia tốc của các nút của phần tử thứ “ m ”; $[K_t]_m, [M_t]_m, [C_t]_m$: tương ứng là ma trận độ cứng, ma trận khối lượng và ma trận cản của phần tử thứ “ m ” tại thời điểm t ; $\{\Delta R_t\}_m$ - số gia véc tơ tải trọng quy nút của các lực tác dụng trong phần tử thứ “ m ” được xác định theo (28).

Sau mỗi bước tính toán theo thời gian cần kiểm tra trạng thái biến dạng tại đầu các phần tử để cập nhật lại các ma trận độ cứng, ma trận khối lượng, ma trận cản và véc tơ tải trọng của các phần tử phục vụ cho việc tính toán tại bước thời gian tiếp theo. Việc kiểm tra được dựa vào các quan hệ sau (hình 6):



Hình 6. Sơ đồ kiểm tra trạng thái biến dạng của tiết diện

- Nếu $ML(\theta) < M(\theta) < MU(\theta)$, ($\theta = \theta(t)$) thì trạng thái là ĐHTT;
- Nếu $M(\theta) \geq MU(\theta)$ và $\Delta M(\theta) > 0$ hoặc $M(\theta) \leq ML(\theta)$ và $\Delta M(\theta) < 0$ thì trạng thái là ĐDSTT;
- Nếu $M(\theta) \geq MU(\theta)$ và $\Delta M(\theta) < 0$ hoặc $M(\theta) \leq ML(\theta)$ và $\Delta M(\theta) > 0$ thì trạng thái đổi chiều trở lại ĐHTT.

Trong các quan hệ trên: $M(\theta)$ – mômen uốn tính toán tại thời điểm khảo sát; $MU(\theta)$ – giới hạn trên của mômen uốn tại thời điểm khảo sát là hàm cho trước, $MU(\theta) = p\alpha\theta + (1-p)M_{pN}$; $ML(\theta)$ – giới hạn dưới của mômen uốn tại thời điểm khảo sát, $ML(\theta) = p\alpha\theta - (1-p)M_{pN}$; $\Delta M(\theta)$ – số gia mômen uốn tính toán tại thời điểm khảo sát; M_{pN} là mômen dẻo giới hạn của tiết diện khi kể đến ảnh hưởng của lực dọc (đã trình bày trong [3]); OS (*overshooting*): giới hạn chảy khi bước vào trạng thái ĐDSTT; BT (*backtracking*): giới hạn khi quay trở lại trạng thái ĐHTT và EL (*Elastic linear*): miền đàn hồi ĐHTT.

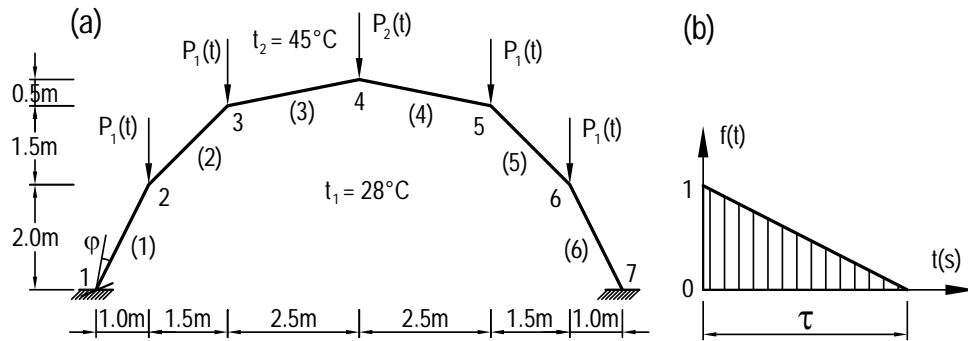
Phương trình (25) xác định các điều kiện ban đầu $\{U\}_{t=0}$ do các tác dụng tĩnh gây ra trong trường hợp tổng quát là phương trình phi tuyến đối với $\{U\}$, để giải nó cũng sử dụng phương pháp lặp Newton – Raphson tương tự như giải phương trình tựa tĩnh (32).

Dựa trên các thuật toán nhận được, tác giả lập chương trình EPDAPFS bằng ngôn ngữ lập trình Matlab. Chương trình EPDAPFS có thể xác định được giá trị chuyển vị – nội lực của hệ khung phẳng biến dạng theo mô hình ĐDSTT có kể đến các điều kiện ban đầu khác không do các tác dụng tĩnh gây ra và xét đến ảnh hưởng đồng thời của lực dọc đến mômen dẻo giới hạn của tiết diện và tính phi tuyến hình học của kết cấu.

4. Thí dụ số

Sử dụng chương trình EPDAPFS đã lập, xác định phản ứng động của khung dạng vòm ĐDSTT (hình 7(a)) do tải trọng động ngắn hạn gây ra có kể đến các điều kiện ban đầu khác không do các tác dụng tĩnh gây ra (gọi tắt là SL), ảnh hưởng đồng thời của lực dọc đến mômen dẻo giới hạn của tiết diện (EAL) và tính phi tuyến hình học (GNS). Kết cấu khung bằng thép, tiết diện chữ I và chịu uốn quanh trục chính.

Tiết diện ngang của các phần tử khung I(300x150x6.5x9 mm). Mô đun đàn hồi $E = 2.1e+5$ MPa, ứng suất chảy dẻo $\sigma_p = 210$ MPa. Tải trọng động ngắn hạn: $P_1(t) = 10f(t)$ kN, $P_2(t) = 280f(t)$ kN, trong đó $f(t)$ có dạng cho trên hình 7(b). Thời gian duy trì tải trọng $\tau = 0.05$ (s), thời gian tính toán $t = 0.1$ (s). Hệ số $p = 0.01$. Tỷ số cản được chọn $\xi_1 = \xi_2 = 0.05$.



Hình 7. Sơ đồ kết cấu và dạng tải trọng động tác dụng

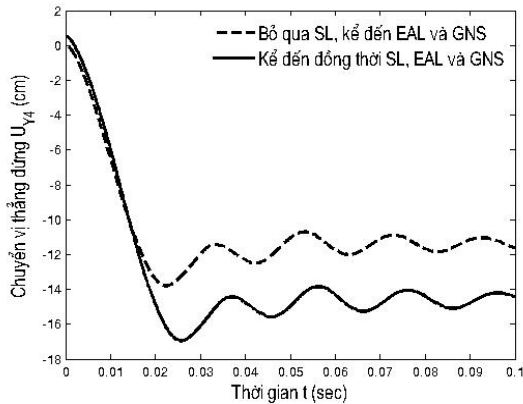
Các tác dụng tĩnh gây ra điều kiện ban đầu bao gồm: trọng lượng bản thân cấu kiện (chương trình tự xác định); tải trọng tập trung theo phương thẳng đứng tại các nút: 10 kN; chuyển vị xoay cưỡng bức tại nút 1: $\varphi = 1/200$ rad; tất cả các thanh chịu tác dụng của nhiệt độ với nhiệt độ bên ngoài vòm $+45^\circ\text{C}$ và nhiệt độ bên trong vòm $+28^\circ\text{C}$, hệ số giãn nở vì nhiệt của vật liệu $\alpha_t = 12e-6 \text{ C}^{-1}$.

5. Nhận xét và kết luận

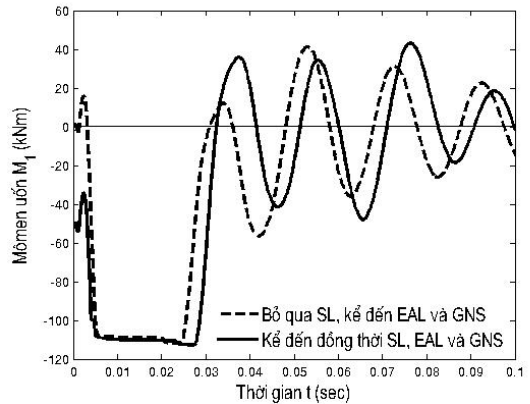
Từ các kết quả tính bằng số đối với khung phẳng ĐDSTT chịu tác dụng của tải trọng động ngắn hạn có kể đến các điều kiện ban đầu do các tác dụng tĩnh gây ra, có thể đưa ra các nhận xét và kết luận sau đây:

- Việc kể đến các điều kiện ban đầu do các tác dụng tĩnh gây ra làm tăng giá trị chuyển vị (giá trị chuyển vị max tại nút 4 gấp 1.23 lần) so với trường hợp không kể đến ảnh hưởng này. Đối với mômen uốn, các điều kiện ban đầu ảnh hưởng không đáng kể đến giá trị cực đại của đại lượng này nhưng trạng thái dẻo sẽ đạt sớm hơn và kết thúc muộn hơn (khi kể đến ảnh hưởng này thì thời gian bắt đầu xuất hiện biến dạng dẻo: $t_s = 0.004$ (s), kết thúc: $t_f = 0.028$ (s), nhưng khi bỏ qua ảnh hưởng trên thì $t_s = 0.0052$ (s), $t_f = 0.024$ (s)).

- Việc kể đến các điều kiện ban đầu do các tác dụng tĩnh gây ra trong nhiều trường hợp là đáng kể, do đó cần thiết phải kể đến ảnh hưởng này trong tính toán.



Hình 8. Đồ thị chuyển vị động thẳng đứng tại nút 4



Hình 9. Đồ thị mômen uốn động tại tiết diện 1

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYỄN VĂN HỢI, NGUYỄN VĂN TÚ. Phản ứng động của kết cấu khung phẳng biến dạng theo mô hình đàn - dẻo song tuyến tính chịu tác dụng của tải trọng ngắn hạn. *Tạp chí KH&KT, Học viện Kỹ thuật quân sự*, số 2/2010, trang 21–31.
2. NGUYỄN VĂN TÚ, NGUYỄN VĂN HỢI., Tính toán kết cấu khung phẳng đàn – dẻo chịu tác dụng của tải trọng động có kể đến hiệu ứng P- Δ và tính phi tuyến hình học của kết cấu, *Tạp chí Xây dựng, Bộ Xây dựng*, số 11/2009, trang 81 – 85.
3. NGUYỄN VĂN TÚ, NGUYỄN VĂN HỢI, Tính toán động lực học khung phẳng đàn – dẻo có kể đến ảnh hưởng của lực dọc đến trạng thái giới hạn dẻo của tiết diện, *Tạp chí KHCN Xây dựng số*, 1/2010, trang 27 – 32.
4. BATHE, K.J., Finite Element Procedures (Part 1 – 2), *Prentice Hall International Inc., Englewood Cliffs*, 1996.

5. CHAN, S.L. and CHUI P.P.T., Non-linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi – rigid Connections, *Elsevier Science Ltd., 2000.*
6. CHEN, W.F. and SOHAL I., Plastic Design and Second–Order Analysis of Steel Frames, *Springer – Verlag New York Inc, 1995.*
7. CHENG, F.Y., Matrix Analysis of Structural Dynamics, *Maxcel Dekker Inc, New York, 2000.*
8. CHOPRA, A.K., Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering (3rd Edition), *Prentice Hall International Inc, 2007.*
9. LI, G.Q. and LI, J.J., Advanced Analysis and Design of Steel Frames, *John Wiley & Sons Ltd., England, 2007.*