

# DÀM BÊ TÔNG ỨNG SUẤT TRƯỚC CĂNG SAU KHÔNG BÁM DÍNH CHỊU TẢI TRỌNG PHÂN BỐ ĐỀU

PGS. TS. **NGUYỄN TIẾN CHƯƠNG**  
Viện KHCN Xây dựng

## 1. Mở đầu

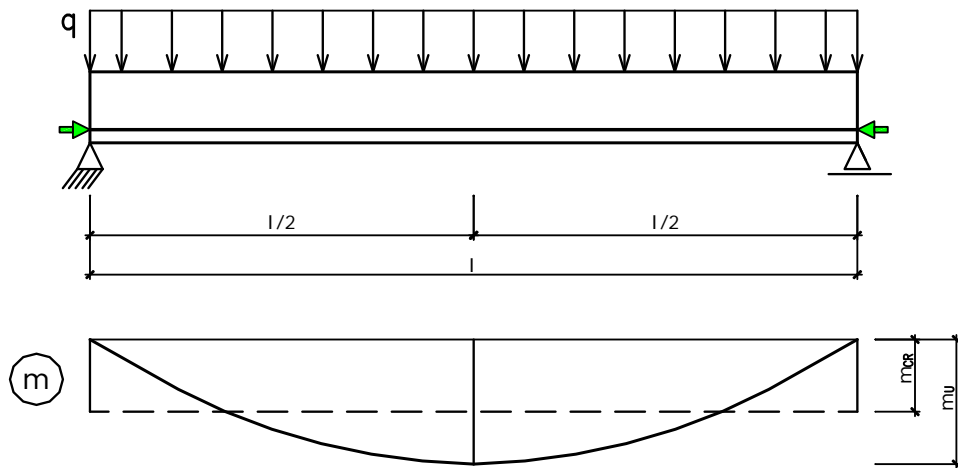
Cốt thép kéo căng không bám dính trong kết cấu bê tông ứng suất trước có thể dịch chuyển tự do dọc theo trục của nó. Do đặc điểm này, việc tính toán kết cấu bê tông ứng suất trước không bám dính là một bài toán phức tạp. Các tiêu chuẩn thiết kế đã sử dụng phương pháp thực nghiệm để giải quyết bài toán này.

Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu sự làm việc của dầm bê tông ứng suất trước căng sau không bám dính chịu uốn với tải trọng phân bố đều. Kết quả chính của nghiên cứu là công thức xác định ứng suất giới hạn trong cốt thép trong dầm bê tông ứng suất trước căng sau không bám dính chịu tải trọng phân bố đều và hệ phương trình để xác định cường độ chịu uốn của dầm.

## 2. Sơ đồ nghiên cứu

Trong [1,2] đã xem xét sự làm việc của cốt thép căng trong dầm bê tông ứng suất trước căng sau khi dầm chịu uốn thuần túy và chịu tải trọng tập trung và đã nhận được các công thức xác định ứng suất trong cốt thép căng không bám dính tại trạng thái chịu uốn cực hạn ứng với các trường hợp tải trọng nói trên. Trong bài báo này sẽ xem xét bài toán tương tự cho trường hợp dầm chịu tải phân bố đều.

Sơ đồ dầm chịu tác dụng của tải trọng phân bố đều được thể hiện trên hình 1. Phương pháp giải bài toán là phương pháp đã được sử dụng trong [1,2].



Hình 1: Sơ đồ dầm chịu tải trọng phân bố đều

## 3. Tính toán ứng suất giới hạn trong cốt thép căng không bám dính

Độ giãn dài tăng thêm của cốt thép căng không bám dính dưới tác dụng của ngoại tải được tính theo công thức sau [1,2,3]:

$$\Delta l_p = \int_0^l (\varepsilon_{cp}(x) - \varepsilon_{cpe}(x)) dx \quad (1)$$

Trong đó:  $\varepsilon_{cp}(x)$  là biến dạng toàn bộ theo phương dọc trục của thớ dầm tại cao độ cốt thép căng, còn  $\varepsilon_{cpe}(x)$  là biến dạng theo phương dọc trục của thớ dầm tại cao độ cốt thép căng dưới tác dụng của ứng lực trước hiệu quả  $P_e$ .

Cũng như trường hợp được xem xét trong [1,2], trong trường hợp này, khi dầm đạt trạng thái chịu uốn cực hạn, ta có thể chia dầm ra 2 phần có đặc điểm riêng biệt là phần dầm bị nứt ( $M > M_{cr}$ ) và phần dầm

không bị nứt ( $M \leq M_{cr}$ ). Giá trị tích phân trong phần dầm không bị nứt có giá trị bé, có thể bỏ qua [1,2,3]. Do vậy, độ giãn dài của cốt thép căng không bám dính có thể được tính gần đúng bằng cách tích phân trong phần dầm bị nứt.

Trên cơ sở kết quả nghiên cứu trong [1,2] hàm số dưới dấu tích phân trong (1) có thể được xấp xỉ như sau:

$$(\varepsilon_{cp}(x) - \varepsilon_{cpe}(x)) = 0 \quad \text{khi } M < M_{cr} \quad (2a)$$

$$(\varepsilon_{cp}(x) - \varepsilon_{cpe}(x)) \approx \alpha \left( \frac{M - M_{cr}}{M_0} \right) \quad \text{khi } M \geq M_{cr} \quad (2b)$$

Trong đó  $\alpha$  là một hằng số,  $M_0$  là đại lượng có cùng thứ nguyên với mô men uốn, mô men nứt  $M_{cr}$  được tính khi tiết diện có ứng suất kéo tổng cộng tại mép dầm chịu kéo đạt giá trị  $0,625\sqrt{f_c}$  [4].

Thay (2) vào (1) với giá trị  $M = M_{u1} = const$  và tính giá trị tích phân, ta được:

$$\Delta l_{p1} = \int_0^l \alpha (M_{u1} - M_{cr}) dx = \alpha (M_{u1} - M_{cr}) l \quad (3)$$

$\Delta l_{p1}$  là độ dãn dài của cốt thép căng ứng với trường hợp dầm chịu uốn thuần túy.

Từ công thức (4) ta có:

$$\alpha = \frac{M^*}{(M_{u1} - M_{cr})} \frac{\Delta l_{p1}}{l} \quad (4)$$

Trong đó  $\Delta l_{p1}$  là độ dãn dài tăng thêm của cốt thép kéo căng không bám dính khi dầm chịu uốn thuần túy, được tính theo công thức sau [1]:

$$\Delta l_{p1} = \varepsilon_{cn} \left( \frac{d_p}{c} - 1 \right) l - P_e \frac{l}{E_c} \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e^2}{I} \right) \quad (5)$$

Khi dầm đạt trạng thái chịu uốn cực hạn thì phương trình của biểu đồ mômen trên hình 1 được viết như sau:

$$M(x) = 4M_u \left( \frac{x}{L} \right) \left( 1 - \frac{x}{L} \right) \quad (6)$$

Trong đó:

$x$  - khoảng cách từ đầu dầm đến vị trí xem xét;

$L$  - chiều dài dầm;

$M_u$  - mômen cực hạn của dầm.

Thay (3), (4) và (6) vào (1) và tích phân cho trường hợp khi biểu đồ mômen có dạng như trên hình 1, ta có:

$$\Delta l_p = \frac{2}{3} \frac{M_u - M_{cr}}{M_{u1} - M_{cr}} \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_u}} \Delta l_{p1} \quad (7)$$

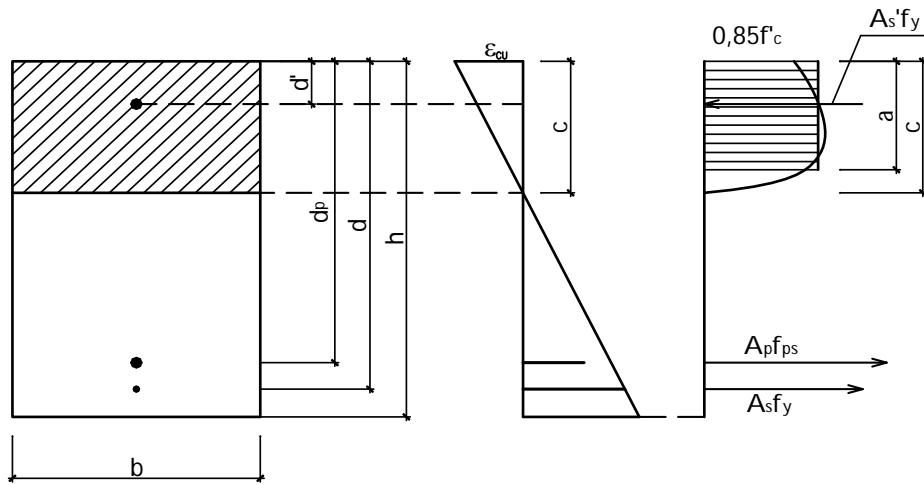
Giả thiết rằng ứng suất trong cốt thép căng không vượt quá giới hạn chảy. Từ các công thức (5) và (7) dẫn đến công thức xác định ứng suất giới hạn trong cốt thép căng tại trạng thái chịu uốn cực hạn của dầm như sau:

$$f_{ps} = f_{pe} + \frac{2E_p}{3} \left[ \varepsilon_{cu} \left( \frac{d_p}{c_1} - 1 \right) - \frac{P_e}{E_c} \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e^2}{I} \right) \right] \frac{M_u - M_{cr}}{M_{u1} - M_{cr}} \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_u}} \leq f_{py} \quad (8)$$

Các đại lượng có chỉ số "1" tương ứng với trường hợp dầm chịu uốn thuần túy (trường hợp 1).

#### 4. Tính toán cường độ chịu uốn của dầm có tiết diện chữ nhật

Xem xét dầm bê tông ứng suất trước căng sau không bám dính có tiết diện chữ nhật. Theo [4] sơ đồ tính toán tiết diện dầm tại trạng thái chịu uốn cực hạn được thể hiện trên hình 2. Giả thiết rằng ứng suất trong cốt thép căng không bám dính có giá trị không vượt quá giới hạn chảy của cốt thép. Bỏ qua sự làm việc chịu kéo của bê tông. Sự làm việc của cốt thép thường khi chịu nén được tính như khi chịu kéo. Mômen nứt được tính toán khi tiết diện có ứng suất kéo tổng cộng tại mép dầm chịu kéo đạt giá trị  $0,625\sqrt{f_c}$  [4].



a) Sơ đồ mặt cắt dầm      b) Sơ đồ biến dạng      c) Sơ đồ ứng suất

**Hình 2.** Sơ đồ tính toán tiết diện dầm tại trạng thái chịu uốn cực hạn

Để tính được ứng suất giới hạn trong cốt thép căng theo (8) ta cần biết giá trị mômen cực hạn  $M_u$  và chiều cao vùng nén trong bê tông. Các đại lượng này cùng với  $f_{ps}$  được xác định nhờ hệ phương trình cân bằng tĩnh lực tại tiết diện ( $\sum H = 0; \sum M = 0$ ) và phương trình (8). Kết hợp phương trình (8) và các phương trình cân bằng tĩnh lực, ta có hệ phương trình sau:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{ps} = f_{pe} + \frac{2E_p}{3} \left[ \varepsilon_{cu} \left( \frac{d_p}{c_1} - 1 \right) - \frac{P_e}{E_c} \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e^2}{I} \right) \right] \frac{M_u - M_{cr}}{M_{ul} - M_{cr}} \sqrt{1 - \frac{M_{cr}}{M_u}} \leq f_{py} \\ a = \frac{1}{0,85f'_c b} (f_{ps} A_p + f_y A_s - f'_y A'_s) \\ M_u = f_{ps} A_p d_p + f_y A_s d - f'_y A'_s d' - 0,85f'_c b a^2 \end{array} \right. \quad (9)$$

Trong đó:

$f'_c$  - cường độ của bê tông theo mẫu trụ;

$a = \beta_1 c$ ;

Giá trị  $\beta_1$  được cho trong [4] phụ thuộc vào cấp độ bền của bê tông;

Các đại lượng  $c_1$  và  $M_{ul}$  được xác định theo cách tương tự cho trường hợp dầm chịu uốn thuần túy [1].

Theo [4] thì giá trị mômen được tính theo (8) là mômen chịu uốn danh định (trong [4] đại lượng này được ký hiệu là  $M_n$ ). Mômen chịu uốn tính toán của dầm được xác định bằng cách lấy giá trị mômen này nhân với hệ số triết giảm  $\phi = 0,9$ .

### 5. Ví dụ

Dầm chịu tải trọng phân bố đều có các thông số về vật liệu và hình học như sau: tiết diện chữ nhật:  $b = 350\text{mm}$ ,  $h = 700\text{mm}$ ;  $l = 10\text{m}$ ; bê tông:  $f'_c = 45\text{MPa}$ ,  $\varepsilon_{cu} = 0,003$ ,  $\beta_1 = 0,72$ ; cốt thép không bắm dính:  $f_{pu} = 1860\text{MPa}$ ,  $f_{py} = 1690\text{MPa}$ ,  $f_{pe} = 1000\text{MPa}$ ,  $d_p = 600\text{mm}$ ,  $A_p = 1200\text{mm}^2$ ,  $f_y = f'_y = 400\text{MPa}$ ,  $d = 650\text{mm}$ ,  $A_s = 1140\text{mm}^2$ ,  $d' = 50\text{mm}$ ,  $A'_s = 628\text{mm}^2$ ,  $E_p = 195000\text{MPa}$ .

Kết quả tính toán theo hệ phương trình (9) và theo [1,2] được đưa trong bảng 1. So sánh các kết quả tính toán này cho thấy ứng suất trong cốt thép căng không bắm dính tại trạng thái chịu uốn cực hạn cũng như mômen cực hạn của dầm trong trường hợp tải trọng phân bố đều nằm giữa các giá trị tương ứng của các trường hợp tải trọng tập trung giữa nhịp và uốn thuần túy.

**Bảng 1:** Kết quả tính toán theo phương trình (9) và theo [1,2]

Trường hợp tải	$f_{ps}$ (MPa)	$M_u$ (KNm)
Dầm chịu tải phân bố đều	1203	1046
Dầm chịu uốn thuần túy	1690	1310
Dầm chịu tải tập trung giữa nhịp	1082	977

Áp dụng công thức của ACI [4] để tính cho trường hợp này ta được  $f_{ps} = 1160MPa$ . Công thức của ACI không xét đến dạng phân bố tải trọng lên dầm. Giá trị tính theo ACI nhỏ hơn kết quả tính toán cho trường hợp dầm dầm chịu uốn thuần túy và chịu tải phân bố đều, nhưng lại lớn hơn giá trị tính cho trường hợp dầm chịu tải tập trung.

### 6. Kết luận

Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu sự làm việc của dầm bê tông ứng suất trước căng sau không bám dính chịu uốn với tải trọng phân bố đều. Nghiên cứu này là bước tiếp tục của các nghiên cứu [1,2].

Kết quả chính của nghiên cứu là công thức xác định ứng suất giới hạn trong cốt thép căng trong dầm bê tông ứng suất trước căng sau không bám dính chịu tải trọng phân bố đều và hệ phương trình để xác định cường độ chịu uốn của dầm.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. NGUYỄN TIẾN CHƯ'ƠNG. Phân tích sự làm việc của dây căng không bám dính trong dầm bê tông ứng suất trước chịu uốn. *Tuyển tập công trình Hội nghị toàn quốc Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ bảy, Đồ Sơn, 27 - 28/8/2004. NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, 2004.*
2. NGUYỄN TIẾN CHƯ'ƠNG. Sự làm việc của cốt thép căng không bám dính trong dầm bê tông ứng suất trước chịu tải trọng tập trung. *Tuyển tập công trình Hội nghị toàn quốc Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ tám, Thái Nguyên, 25 - 26/8/2006. NXB Khoa học Tự nhiên và Công nghệ, 2006.*
3. GAUVREAU D.P. Ultimate Limit State of Concrete Girders Prestressed with Unbonded Tendons. *IBK ETH Zurich, ISE, Swiss Fed. Institute of Tech., 1993.*
4. ACI 318 – 2002M. Building Code Requirements for Structural Concrete. *American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 2002.*

**Phụ lục:** Một số ký hiệu sử dụng trong bài báo

$A_c$	Diện tích tiết diện bê tông của dầm	$a$	Chiều cao vùng nén quy đổi
$A_p$	Diện tích cốt thép căng	$c$	Chiều cao vùng nén
$A_s$	Diện tích cốt thép dưới	$e$	Độ lệch tâm của cốt thép căng
$A'_s$	Diện tích cốt thép trên	$f'_c$	Cường độ bê tông theo mẫu trụ
$E_c$	Mô đun đàn hồi của bê tông	$f_{pe}$	Ứng suất trước hiệu quả
$E_p$	Mô đun đàn hồi của cốt thép căng	$f_{ps}$	Ứng suất giới hạn trong cốt thép căng
$I$	Mô men quán tính của tiết diện dầm đối với trục trung hoà	$f_{py}$	Giới hạn chảy của cốt thép căng
$M_{cr}$	Mô men nứt của tiết diện dầm	$f_y$	Giới hạn chảy của cốt thép thường chịu kéo
$M_u$	Mô men cực hạn khi dầm chịu tải phân bố đều	$f'_y$	Giới hạn chảy của cốt thép thường chịu nén
$M_{ul}$	Mô men cực hạn khi dầm chịu uốn thuần túy	$\epsilon_{cu}$	Biến dạng cực hạn của bê tông tại mép chịu nén
$P_e$	Ứng lực trước hiệu quả	$\beta_1$	Hệ số quy đổi ứng suất nén trong bê tông thành khối chữ nhật