

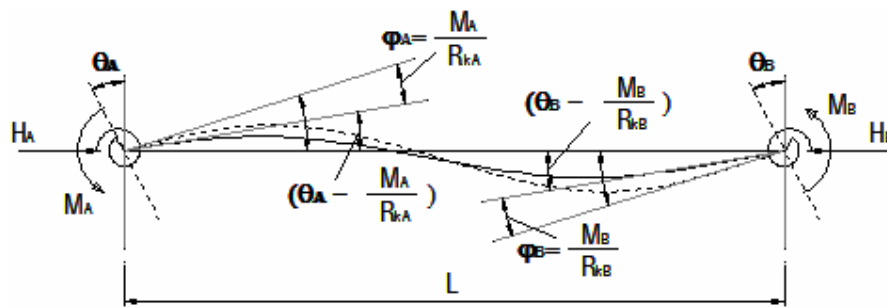
# TÍNH TOÁN KHUNG THÉP CÓ LIÊN KẾT NỬA CỨNG PHI TUYẾN CHỊU TẢI TRỌNG ĐỨNG VÀ TẢI TRỌNG NGANG THAY ĐỔI

ThS. NGUYỄN QUỐC HÙNG  
 Công ty kiểm định Sài Gòn  
 PGS. TS. NGUYỄN TIẾN CHƯƠNG  
 Trường Đại học Kiến trúc Hà Nội

## 1. Mở đầu

Trong bài báo sẽ xem xét khung thép phẳng không giằng, có các phần tử dầm có liên kết nửa cứng ở hai đầu tại nút liên kết dầm - cột. Tải trọng tác dụng lên khung bao gồm tải trọng đứng và tải trọng ngang.

Xem xét phần tử dầm có liên kết nửa cứng ở hai đầu như mô hình sau đây:



Hình 1. Mô hình phần tử dầm có liên kết nửa cứng ở nút liên kết dầm - cột

Theo mô hình trên, tổng góc xoay của hệ nút dầm là  $(\theta_A, \theta_B)$ , góc xoay do biến dạng của nút liên kết nửa cứng dầm-cột là  $(\varphi_A, \varphi_B)$ . Hai thành phần  $(\theta_A - M_A/R_{kA})$  và  $(\theta_B - M_B/R_{kB})$  là biến dạng góc xoay đầu dầm do biến dạng của phần tử thanh.

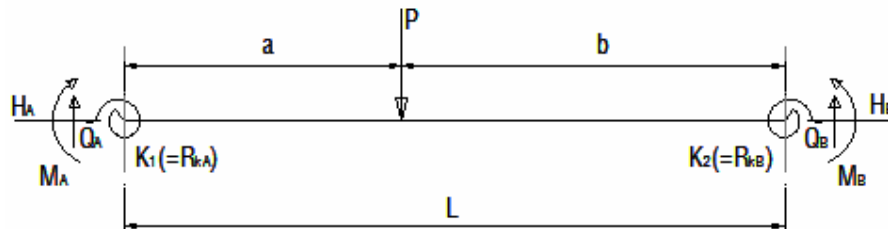
Đối với bài toán khung không giằng, khi liên kết nửa cứng đàn hồi và  $\theta_A = \theta_B$ , thì quan hệ giữa mô men liên kết và biến dạng tổng góc xoay được biểu diễn theo công thức sau[3]:

$$M = \frac{6EI}{L} \left[ \frac{1}{1 + 6EI/LR_k} \right] \theta \Rightarrow \theta = M \times \frac{(LR_k + 6EI)}{6EIR_k} \quad (1)$$

Trong đó  $M = (M_A, M_B)$ ,  $\theta = (\theta_A, \theta_B)$

Trị số góc xoay  $\theta$  quan hệ phi tuyến với trị số mô men liên kết  $M$ .

Đối với phần tử dầm có liên kết nửa cứng tại nút liên kết dầm - cột, các thành phần nội lực cân bằng sẽ khác khi so sánh với trường hợp có nút liên kết cứng thông thường.



Hình 2. Mô hình phần tử dầm có liên kết nửa cứng chịu lực tập trung ở nhịp

Thành phần nội lực liên kết của phần tử dầm có liên kết nửa cứng tại nút liên kết dầm-cột phụ thuộc vào độ cứng liên kết hai đầu theo công thức sau [3], [9]:

$$M_A = -\frac{Pabk_1(2ai + 4bi + k_2b)}{L^2(12i^2 + 4k_2i + 4k_1i + k_1k_2)} \quad (2)$$

$$M_B = \frac{Pabk_2(4ai + 2bi + k_1a)}{L^2(12i^2 + 4k_2i + 4k_1i + k_1k_2)} \quad (3)$$

$$Q_A = Pb(T - 4a^2k_2i - a^2k_1k_2 - 2abik_2 + 2a^2k_1i + 4abk_1i + k_1k_2ab) / LT \quad (4)$$

$$Q_B = -Pa(T + 4a^2k_2i + abk_1k_2 + 2b^2ik_2 - 2abk_1i - 4b^2k_1i - k_1k_2b^2) / LT \quad (5)$$

Trong đó:  $i = \frac{EJ}{L}$ ;  $T = L^2(12i^2 + 4k_2i + 4k_1i + k_1k_2)$ , và  $H_A = H_B = 0$

$r$  - véc tơ nội lực phần tử;  $k$  - ma trận độ cứng phần tử;  $d$  - véc tơ chuyển vị nút phần tử và  $r_F$  - véc tơ nội lực liên kết.

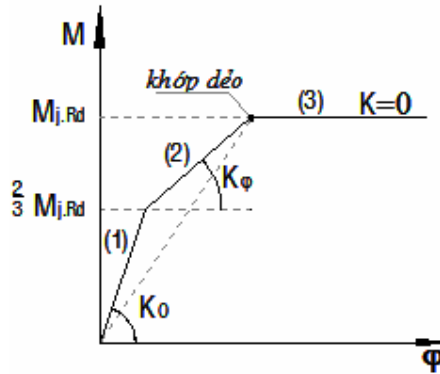
$$\text{Phương trình quan hệ lực - chuyển vị phần tử có dạng: } r = kd + r_F \quad (6)$$

Trong đó  $r_F = \{H_A, Q_A, M_A, H_B, Q_B, M_B\}$ ,  $r_F = \{0\}$  khi không có ngoại lực tác dụng lên phần tử.

## 2. Mô hình ứng xử nút liên kết nửa cứng dầm - cột

Mô hình ứng xử của nút liên kết nửa cứng dầm - cột thể hiện mối quan hệ giữa mô men liên kết ( $M_A, M_B$ ) và góc xoay do biến dạng của nút liên kết nửa cứng dầm cột ( $\varphi_A, \varphi_B$ ).

Tiêu chuẩn Eurocode 3 trình bày mô hình 3 đường thẳng để thể hiện mối quan hệ đàn-dẻo của quan hệ mô men - góc xoay như hình 3 dưới đây [2], [5], [10].



**Hình 3.** Mô hình ứng xử mômen - góc xoay theo Eurocode 3

Mô hình ứng xử mômen - góc xoay theo Eurocode 3 gồm ba đoạn thẳng. Đoạn thẳng thứ nhất có hệ số góc theo độ cứng liên kết ban đầu  $K_0$  nhằm mô tả ứng xử đàn hồi của quan hệ mômen - góc xoay. Đoạn thẳng thứ hai có độ cứng liên kết  $K_\varphi$  nhỏ hơn  $K_0$ , mô tả ứng xử đàn - dẻo. Đoạn thẳng thứ ba có dạng nằm ngang tương ứng với độ cứng liên kết bằng không, mô tả ứng xử dẻo.

Đối với phần tử dầm đang xét, tùy thuộc vào tính chất tác dụng của tải trọng vào khung mà trị số mô men tại hai đầu nút liên kết có thể đạt đến mô men dẻo tại từng liên kết một hoặc cùng lúc cả hai liên kết. Trong bài toán phân tích khớp đàn dẻo bậc hai, khi mô men tại nút liên kết đạt đến trị số mô men dẻo thì có thể nói rằng đã dẫn đến sự hình thành “khớp dẻo” tại đầu dầm (xem hình 4,5,6). Khi “khớp dẻo” hình thành tại liên kết đầu dầm, số gia của ngoại lực không làm tăng thêm mô men tại nút liên kết dầm-cột mà chỉ tích lũy biến dạng góc xoay.

Phương trình (6) được viết lại tương ứng với các thành phần số gia có dạng như sau:

$$\Delta r = k\Delta d + \Delta r_F \quad (7)$$



**Hình 4.** Trị số mô men dẻo đạt được tại nút A



**Hình 5.** Trị số mô men dẻo đạt được tại nút B



**Hình 6.** Trị số mô men dẻo đạt được tại nút A và B

Các thành phần số gia nội lực phần tử là :  $\Delta r = (\Delta r_1, \Delta r_2, \Delta r_3, \Delta r_4, \Delta r_5, \Delta r_6)$

Sau khi mô men tại nút A hoặc nút B đạt đến trị số mô men dẻo, các số gia mô men  $\Delta r_3$  và  $\Delta r_6$  sẽ bằng không, trong khi số gia chuyển vị  $\Delta d \neq 0$ .

Xem xét ma trận độ cứng phần tử dầm có liên kết nửa cứng hai đầu có dạng [9], [10]:

$$[K]_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & & & & & \\ & \frac{4EI(B_{11} + B_{12} + B_{22})}{L^3} & & & & \\ & & \frac{2EI(2B_{11} + B_{12})}{L^2} & & & \\ & & & \frac{4EIB_{11}}{L} & & \\ -EA & & & & \frac{EA}{L} & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \quad \text{doixung} \quad (8)$$

$$\text{Trong đó: } B_{11} = \frac{3P_1}{4 - P_1P_2}; \quad B_{12} = \frac{3P_1P_2}{4 - P_1P_2}; \quad B_{22} = \frac{3P_2}{4 - P_1P_2}; \quad P_i = \frac{k_i}{3 + k_i}; \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

Trị số độ cứng liên kết  $k_i$  ( $i=1,2$ ) có qui luật thay đổi theo mô hình Eurocode 3 (xem hình 3), tùy thuộc vào trị số các thành phần ngoại lực tác dụng vào kết cấu khung và đặc điểm ứng xử của nút liên kết dầm-cột.

Phương trình quan hệ lực-chuyển vị (7) được viết lại với dạng như sau:

$$\begin{pmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta r_2 \\ \Delta r_3 \\ \Delta r_4 \\ \Delta r_5 \\ \Delta r_6 \end{pmatrix} = [K]_{6 \times 6} \begin{pmatrix} \Delta d_1 \\ \Delta d_2 \\ \Delta d_3 \\ \Delta d_4 \\ \Delta d_5 \\ \Delta d_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta r_{F1} \\ \Delta r_{F2} \\ \Delta r_{F3} \\ \Delta r_{F4} \\ \Delta r_{F5} \\ \Delta r_{F6} \end{pmatrix} \quad (10)$$

Ma trận  $[K]_{6 \times 6}$  như phương trình (8).

Xét trường hợp mô men tại nút A đạt đến trị số mô men dẻo, độ cứng liên kết  $k_1=0$ , Khi  $\Delta r_3=0$ , giải phương trình (10) tìm được  $\Delta d_3$  theo công thức sau:

$$\Delta d_3 = \frac{1}{k_{33}}(-k_{31}\Delta d_1 - k_{32}\Delta d_2 - k_{34}\Delta d_4 - k_{35}\Delta d_5 - k_{36}\Delta d_6 - \Delta r_{F3}) \quad (11)$$

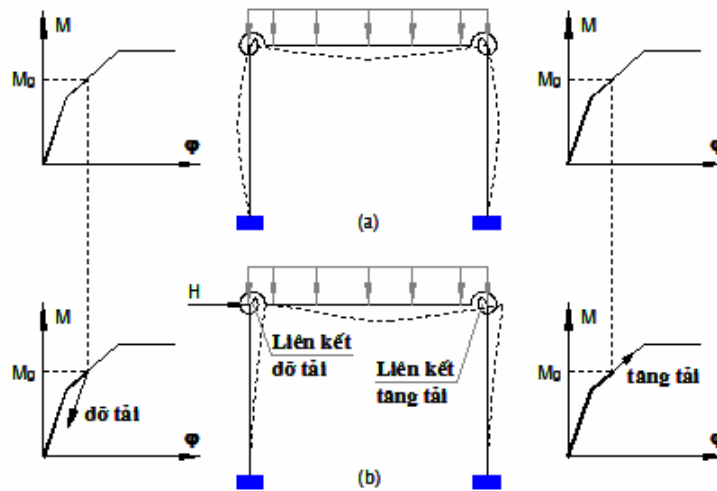
Khi mô men tại nút B đạt đến trị số mô men dẻo, độ cứng liên kết  $k_2 = 0$ . Khi  $\Delta r_6=0$ , giải phương trình (10) tìm được  $\Delta d_6$  theo công thức sau:

$$\Delta d_6 = \frac{1}{k_{66}}(-k_{61}\Delta d_1 - k_{62}\Delta d_2 - k_{63}\Delta d_3 - k_{64}\Delta d_4 - k_{65}\Delta d_5 - \Delta r_{F6}) \quad (12)$$

Trong trường hợp liên kết kiểu nút cứng, khi đó độ cứng liên kết  $k_i=\infty$ , trị số góc xoay do biến dạng góc xoay sẽ bằng không. Trường hợp nút liên kết nửa cứng, khi mô men tại liên kết đạt đến trị số mô men dẻo, độ cứng của liên kết đó sẽ bằng không ( $k_i = 0$ ), liên kết sẽ bị mềm hóa. Trị số góc xoay do biến dạng liên kết dầm-cột  $\varphi$  được lấy bằng với biến dạng góc xoay của nút dầm và được tính theo các công thức (11) và (12).

### 3. Mô hình ứng xử lặp [2, 3, 5, 6, 7, 8]

Khi kết cấu chịu tác dụng của quá trình gia tải và dỡ tải hoặc tải trọng tác dụng thay đổi về dấu, cũng như về độ lớn sẽ gây ra hiện tượng ứng xử lặp đối với quan hệ mô men-góc xoay của nút liên kết dầm - cột. Đối với bài toán phân tích kết cấu khung thép phẳng, tải trọng đứng được quan niệm là tác dụng trước lên kết cấu khung, mặc dù độ lớn có thể thay đổi tùy thuộc từng trường hợp cụ thể. Tải trọng ngang được xem là nguyên nhân tác dụng sau, có thể thay đổi về độ lớn cũng như về dấu. Tùy thuộc vào cường độ của các thành phần tải trọng mà tại mỗi nút liên kết, trạng thái ứng xử mô men-góc xoay sẽ đạt đến trạng thái đàn hồi (đoạn thẳng 1), đàn-dẻo (đoạn thẳng 2) và dẻo (đoạn thẳng 3) theo mô hình Eurocode 3 (xem hình 3 và hình 7).



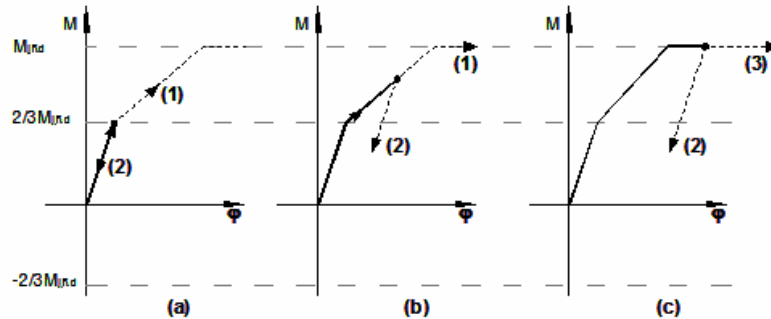
**Hình 7.** Đặc điểm gia tải và dỡ tải của nút liên kết khung

Nếu sự tác dụng của ngoại lực là không thay đổi qui luật thì sẽ dẫn đến việc các liên kết đạt đến trạng thái vượt quá mức giới hạn về khả năng biến dạng góc xoay. Ngược lại, khi tải trọng tác dụng là thay đổi qui luật sẽ làm độ cứng liên kết cũng thay đổi theo và tạo ra trạng thái tăng hoặc giảm biến dạng cũng như nội lực của kết cấu qua các trường hợp tải trọng khác nhau. Tương ứng với mỗi qui luật tác dụng của tải trọng ngang, đặc điểm ứng xử mô men-góc xoay tại mỗi liên kết cũng thay đổi theo. Lực ngang sẽ làm gia tăng mô men, góc xoay tại nút liên kết này nhưng đồng thời có thể làm giảm chúng ở các nút liên kết khác và ngược lại.

Như đã phân tích trên đây, tổng biến dạng góc xoay của hệ nút dầm bằng tổng của hai thành phần, bao gồm góc xoay do biến dạng của nút liên kết dầm-cột và góc xoay do biến dạng đầu dầm của phần

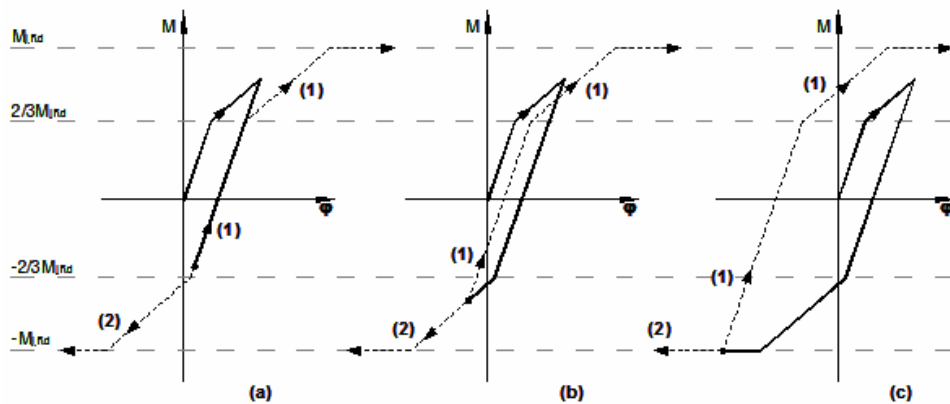
từ thanh. Khi trị số mô men của nút liên kết đạt đến mô men dẻo, chỉ số độ cứng liên kết tại đó sẽ bằng không, số gia mô men cũng bằng không, tổng góc xoay tại liên kết sẽ bằng với góc xoay do biến dạng đầu dầm của phần tử thanh.

Đặc điểm ứng xử lặp của quan hệ mô men-góc xoay tại nút liên kết dầm-cột theo mô hình Eurocode 3 được mô tả như hình 7.



**Hình 7.** Quy luật biến đổi độ cứng liên kết khi tăng và giảm tải

Nếu mômen tương đối nhỏ để sao cho liên kết làm việc trong trạng thái đàn hồi thì việc tính toán nhìn chung là đơn giản. Nhưng khi mômen đạt giá trị sao cho ứng xử liên kết đạt đến trạng thái đàn dẻo và thay đổi theo nhiều chu trình tăng giảm thì quan hệ giữa mômen và góc xoay tại liên kết nửa cứng trở nên phức tạp. Trường hợp này quan hệ mômen - góc xoay tại liên kết được thể hiện trên hình 8 dưới đây.



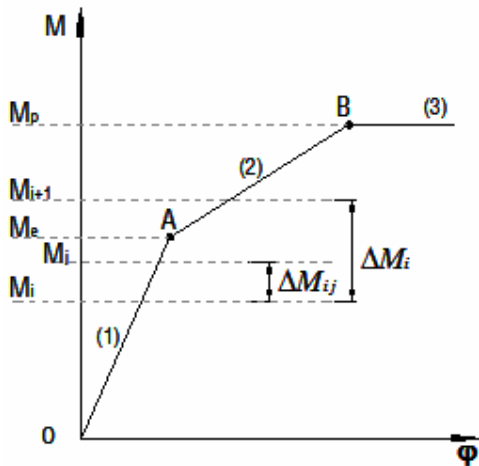
**Hình 8.** Quan hệ ứng xử lặp mômen - góc xoay

#### 4. Phương pháp tính toán

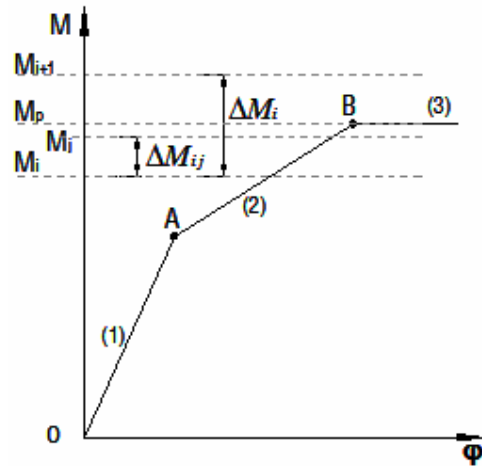
Phân tích kết cấu khung với phần tử dầm có nút liên kết nửa cứng dầm - cột ở hai đầu dầm, là dạng bài toán phân tích phi tuyến cơ học hay phi tuyến vật liệu.

Trường hợp đường quan hệ mô men-góc xoay là đường cong trơn, phương pháp lập độ cứng cát tuyến sẽ được dùng.[9]

Trường hợp đường quan hệ mô men-góc xoay có dạng đa tuyến, mà trong trường hợp này là dạng ba đường thẳng theo mô hình Eurocode 3, thì sẽ tồn tại các điểm phân nhánh giữa hai đường có độ cứng khác nhau, đó là điểm A và B như hình 9a, 9b. Các điểm A và B có tọa độ biết trước, vấn đề là độ lớn của bước tải  $\Delta p$  tính toán được chọn bằng bao nhiêu để trị số mô men đạt được có sai số với các trị số  $M_e$  hoặc  $M_p$  cần tìm là nằm trong giới hạn cho phép.



**Hình 9a.** Thuật toán tính xấp xỉ điểm A cho trước



**Hình 9b.** Thuật toán tính xấp xỉ điểm B cho trước

Bên cạnh đó, khi phân tích cho bài toán khung có nhiều nút liên kết dầm-cột (khung nhà nhiều tầng), đặc điểm ứng xử của mỗi liên kết tại các vị trí khác nhau sẽ không đồng thời, bởi vì điều này phụ thuộc vào giá trị nội lực được phân phối vào các nút liên kết đó, mặc dù giả định rằng các nút liên kết là có cùng cấu tạo như nhau. Phương pháp gia tải từng bước với số gia mỗi bước tải là rất nhỏ có thể được dùng để phân tích, tuy nhiên thời gian cần để tính toán sẽ rất lớn. Để khắc phục hạn chế này, phương pháp gia tải từng bước kết hợp thuật toán chia nhỏ bước tải, hay thay đổi số gia tải cục bộ sẽ được áp dụng. Theo phương pháp này, đầu tiên mỗi trường hợp tải tính toán P sẽ được chia nhỏ thành n bước gia tải đều nhau  $P = n \times \Delta p_i, i=1 \div n$ . Khi tính đến bước tải thứ i, kiểm tra điều kiện  $(M_{i+1} = M_i + \Delta M_i) > M_e$  hoặc  $(M_{i+1} = M_i + \Delta M_i) > M_p$  để tìm điểm phân nhánh đầu tiên ở nút liên kết bất kỳ. Khi đó bước tải  $\Delta p_i$  sẽ được chia thành m bước gia tải nhỏ hơn, tức là  $\Delta p_i = m \times \Delta p_j, j=1 \div m$ . Sau đó quá trình tính toán sẽ được thực hiện với bước gia tải mới là  $\Delta p_j$ , kết hợp kiểm tra điều kiện hội tụ thỏa mãn theo công thức:

$$(|(M_{i+1} = M_i + \Delta M_{ij}) - |M_e|) / (|M_e|) \leq \varepsilon (=10^{-3}) \text{ hoặc}$$

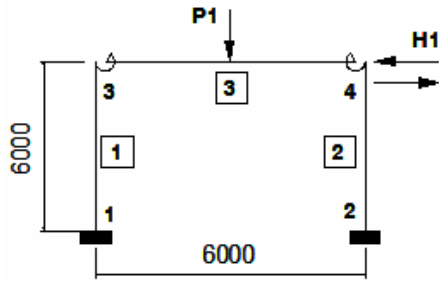
$$(|(M_{i+1} = M_i + \Delta M_{ij}) - |M_p|) / (|M_p|) \leq \varepsilon (=10^{-3})$$

Dựa trên thuật toán trên đây tác giả đã xây dựng chương trình trong môi trường Matlab. Chương trình có thể được sử dụng để phân tích các khung thép có liên kết dầm – cột dạng phi tuyến, phục vụ công tác nghiên cứu và thiết kế.

## 5. Ví dụ tính toán

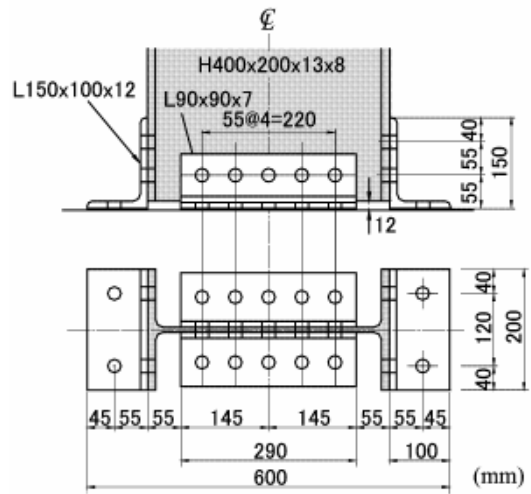
Khung thép phẳng 1 tầng, 1 nhịp (hình 10a). Liên kết cứng tại chân cột, liên kết hai đầu dầm vào cột là kiểu liên kết nửa cứng có cấu tạo như hình 10b. Thép có modun đàn hồi là:  $E= 2.10e+8$  (KN/m<sup>2</sup>).

Trong từng trường hợp, tải trọng đứng được cho tác dụng trước và giữ nguyên trị số độ lớn. Tải trọng ngang được cho tác dụng sau với qui luật thay đổi, những kết quả về ứng suất và biến dạng do tải đứng gây ra trước đó được gán thành điều kiện ban đầu khi tính toán cho các trường hợp tải trọng ngang. Giả thiết ứng xử dẻo trong liên kết chưa gây ra biến dạng góc xoay vượt quá giá trị góc xoay giới hạn của liên kết, các liên kết vẫn làm việc bình thường dưới các cấp tải trọng đã chọn.



Hình 10a. Sơ đồ kết cấu

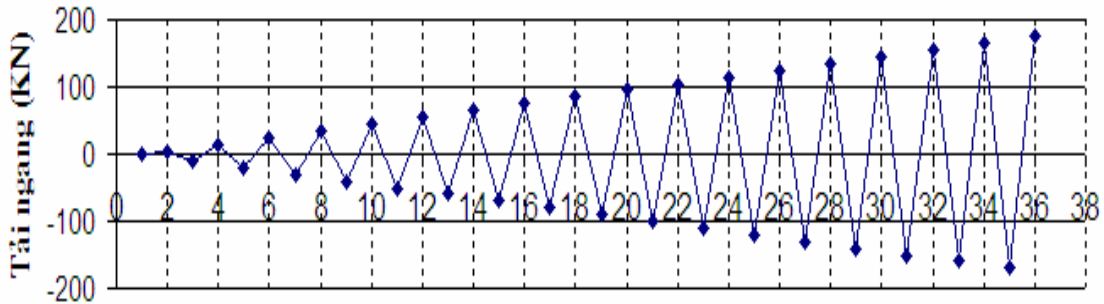
- + Phần tử 1, 2, 3 có kích thước tiết diện: H400x200x13x8.
- + Nút liên kết 1 & 2 theo kiểu nút cứng
- + Nút liên kết 3 & 4 theo kiểu liên kết nửa cứng (xem hình 6b), với các thông số [12]:
- Độ cứng liên kết ban đầu: 74.600KNm/rad
- Mô men dẻo của liên kết: 172.3KNm



Hình 10b. Cấu tạo nút liên kết 3 & 4. [11]

a. Dạng tải ngang thay đổi lặp chu kỳ (hình 11)

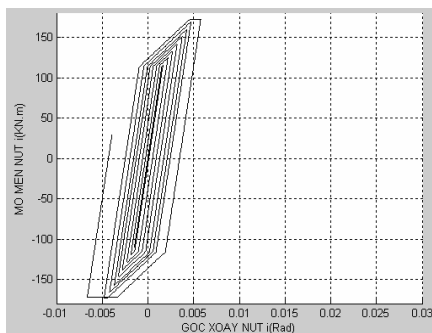
Tổng số có 36 bậc gia tải, bao gồm 72 bước tải (N=72), giá trị tải ngang bắt đầu bằng 0, gia số giữa hai bậc gia tải bất kỳ là 5KN.



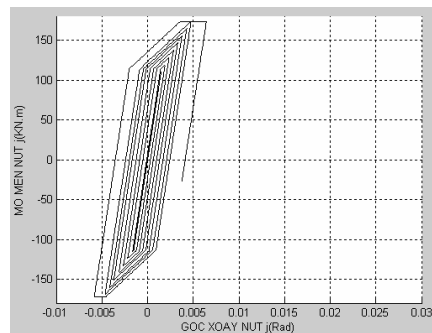
Bước tải

Hình 11. Sơ đồ tải ngang thay đổi lặp chu kỳ

b) Biểu đồ quan hệ mô men- góc xoay của các nút liên kết

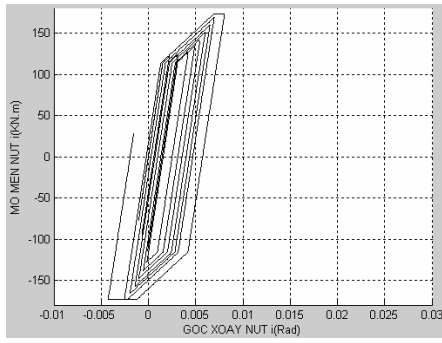


Mô men - góc xoay nút 3

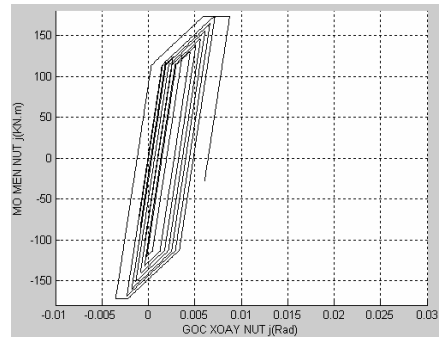


Mô men - góc xoay nút 4

TH1: tải trọng đứng P=0, N =72, Δ=5KN

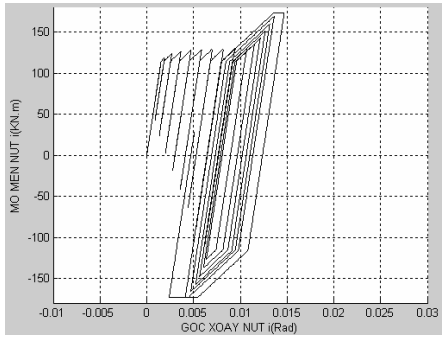


Mô men - góc xoay nút 3

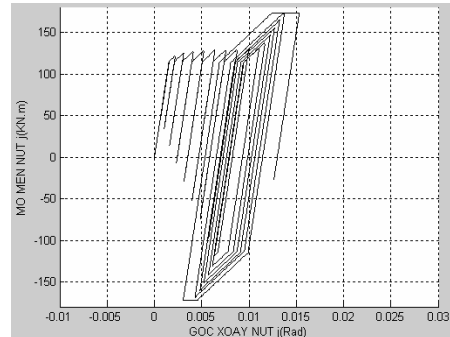


Mô men - góc xoay nút 4

TH2: tải trọng đứng  $P=50\text{KN}$ ,  $N=72$ ,  $\Delta=5\text{KN}$

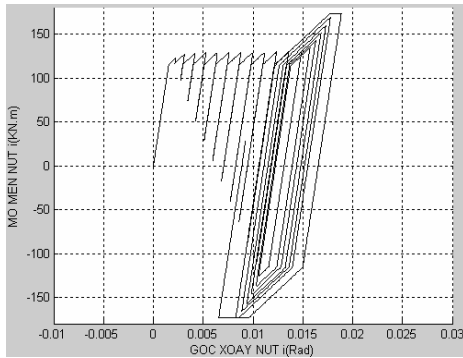


Mô men - góc xoay nút 3

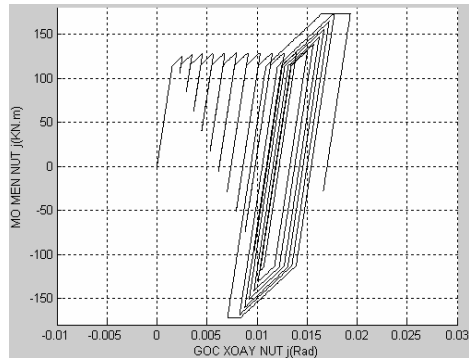


Mô men - góc xoay nút 4

TH3: tải trọng đứng  $P=200\text{KN}$ ,  $N=72$ ,  $\Delta=5\text{KN}$ .



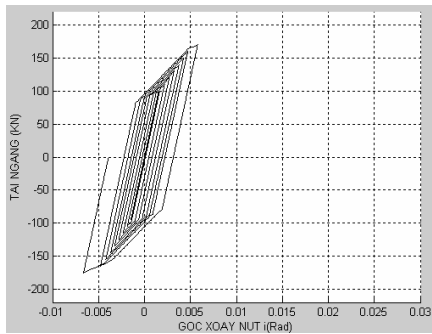
Mô men - góc xoay nút 3



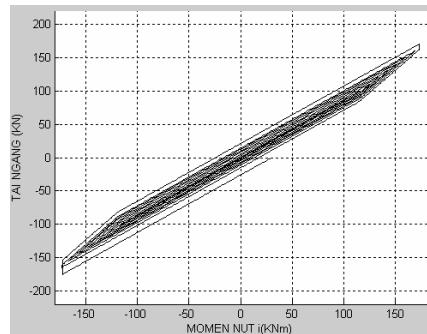
Mô men - góc xoay nút 4

TH4: tải trọng đứng  $P=300\text{KN}$ ,  $N=72$ ,  $\Delta=5\text{KN}$ .

**Hình 12.** Biểu đồ quan hệ mô men-góc xoay của các nút 3 và 4 của dầm  
c) Biểu đồ quan hệ tải ngang- góc xoay và tải ngang - mô men tại nút liên kết

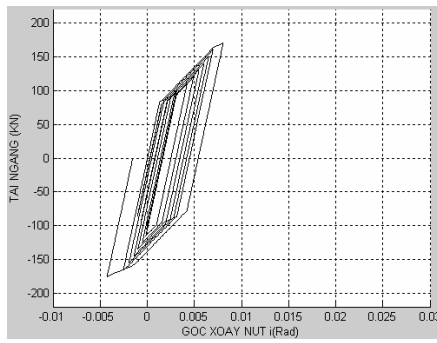


Tải ngang - góc xoay nút 3

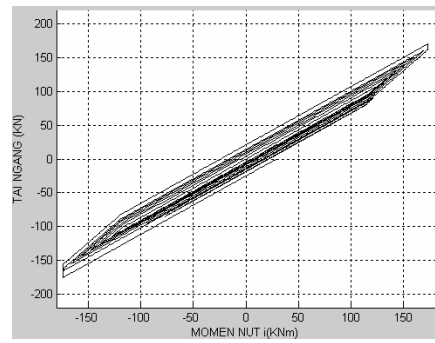


Tải ngang - Mô men nút 3

TH1: tải trọng đứng  $P=0$ ,  $N=72$ ,  $\Delta=5\text{KN}$

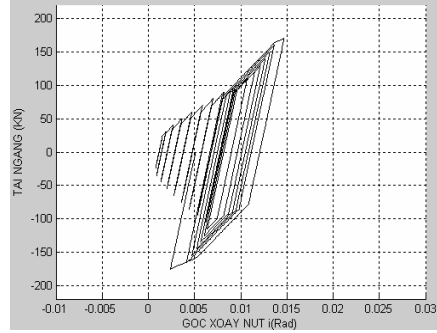


Tải ngang - góc xoay nút 3

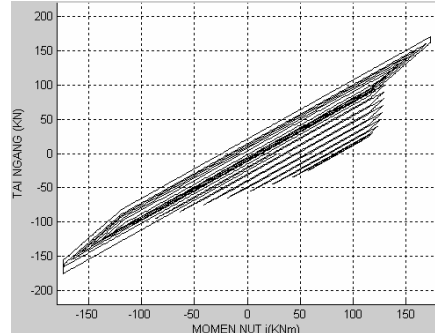


Tải ngang - Mô men nút 3

TH2: tải trọng đứng  $P=50\text{KN}$ ,  $N=72$ ,  $\Delta=5\text{KN}$

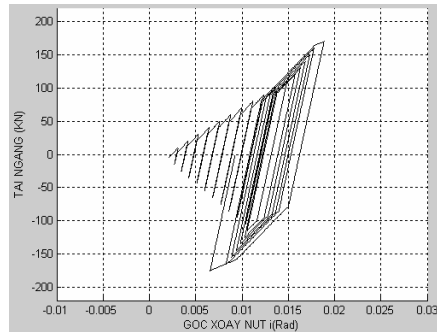


Tải ngang - góc xoay nút 3

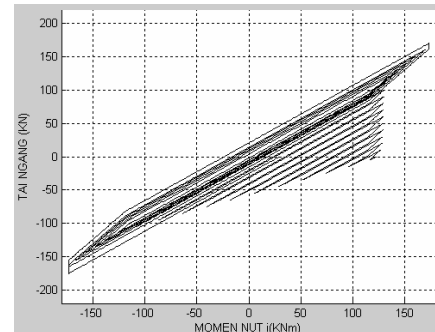


Tải ngang - Mô men nút 3

TH3: tải trọng đứng  $P=200\text{KN}$ ,  $N=72$ ,  $\Delta=5\text{KN}$



Tải ngang - góc xoay nút 3



Tải ngang - Mô men nút 3

TH4: tải trọng đứng  $P=300\text{KN}$ ,  $N=72$ ,  $\Delta=5\text{KN}$ .

Hình 13. Biểu đồ quan hệ tải ngang-góc xoay và tải ngang – mômen tại nút 3 của dầm

## 6. Nhận xét kết quả tính toán

Từ các hình 12 và 13 ta thấy với sự có mặt của tải trọng đứng các quy luật làm việc của kết cấu trở nên phức tạp hơn khi không có tải đứng và khi tải đứng càng lớn thì các bức tranh làm việc của kết cấu càng phức tạp.

Kết cấu xem xét có tính đối xứng. Trường hợp kết cấu chỉ chịu tải trọng ngang thay đổi lặp, bức tranh về sự làm việc của kết cấu (quan hệ tải ngang – góc xoay, tải ngang – mômen, mômen-góc xoay) có tính đối xứng qua gốc toạ độ. Khi trên khung có tải trọng đứng thì tính đối xứng của bức tranh về sự làm việc của kết cấu bị phá vỡ, bức tranh làm việc của kết cấu bị dịch sang một bên.

Khi giá trị của tải trọng đứng tăng lên thì biến dạng của kết cấu tại các nút liên kết dầm – cột tăng lên và biến dạng dư được tích lũy ở tại các liên kết này cũng tăng theo (hình 12, 13).

## 7. Kết luận

Kết quả nghiên cứu trên đây cho thấy sự làm việc của kết cấu khung thép có liên kết phi tuyến đàn – dẻo khi chịu tải thay đổi là phức tạp. Việc phân tích trong trường hợp này phải xét đến sự tích lũy biến dạng dư và ứng suất dư trong kết cấu.

Trong bài báo này đã xem xét khung thép có liên kết nửa cứng phi tuyến theo mô hình đàn - dẻo chịu tải trọng đứng và tải ngang theo quy luật lặp chu kỳ. Đã xây dựng thuật toán và chương trình tính toán và áp dụng chương trình để tính toán, nghiên cứu ảnh hưởng của tải trọng đứng đến đặc điểm làm việc của khung, phân tích qui luật tích lũy biến dạng dư và mômen dư trong kết cấu khung.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. N. KISHI and W.F.CHEN. "Moment-rotation relations of semi-rigid connections". *CE-STR-87-29, School of Civil Engineering Purdue University West Lafayette, In 47907, 1987.*
2. C. FAELLA, V. PILUSO, G. RIZZANO. "structural steel semirigid connections". *Theory, Design and Software, CRC Press 2000, Boca Raton - London - New York - Wasington, D.C.*
3. W.F CHEN, E.M LUI. "stability design of steel frames " *CRC Press 2000, Boca Raton - Ann Arbor - Boston – LonDon.*
4. ALI UGUR OZTURK and MUTLU SECER. "An Investigation For Semi-Rigid Frames By Different Connections Models". *Department of Civil Engineering, Dokuz Eylul University, Izmir, Turkey.*
5. ALI AHMED, NORIMITSU KISHI, KEN-ICHI MATSUOKA, and MASATO KOMURO. "Nonlinear Analysis on Prying of Top - and Seat-Angle Connections". *Dept. of Civil Engineering, Muroran Institute of Technology, Japan. Journal of Applied Mechanics Vol. 4, pp. 227-336, August 2001.*
6. CLINTON O. REX, and ARVIND V. GOVERDHAN. " Design And Behavior Of A Real PR Building". Ph.D, Stanley D. Linsey and Associates Ltd., 2300 Windy Ridge Pkwy; Suite 200 South Atlanta, Georgia 30339, U.S.A.2005.
7. LUIS CALADO and ELENA MELE. "Cyclic Behavior of Steel Beam-To-Column Joints: Governing Parameters of Welded and Bolted Connections". DECivil, Instituto Superior Tecnico, Lisbon, Portugal and DAPS, Universitas degli Studi di Napoli 'Federico II', Naples, Italy, 2003.
8. NGOC SON NGO. "Limit and ShakeDown Analysis by The p – version FEM": School of Civil and Environmental Engineering, *The University of New South Wales, Sydney, Australia, 06/2005.*
9. NGUYỄN QUỐC HÙNG, NGUYỄN TIẾN CHUÔNG. "Tính toán khung thép có liên kết nửa cứng phi tuyến". *Tạp chí KHCN Xây dựng, số 3/2007.*
10. NGUYỄN QUỐC HÙNG, NGUYỄN TIẾN CHUÔNG. " Tính toán khung thép có liên kết nửa theo mô hình đàn dẻo". *Tạp chí KHCN Xây dựng, số 1/2008.*
11. M.KOMURO & N.KISHI. "Quasi – static loading tests on moment-rotation behavior of top - and seat – angle connections". *Proceeding of the Conference on Behavior of Steel Structures in Seismic Areas, Naples, Italy, June 9 -12, 2003.*