

# TÍNH TOÁN TIẾT DIỆN BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU NÉN LỆCH TÂM BÉ THEO TCXDVN 356 : 2005

ThS. **ĐẶNG THẾ ANH**

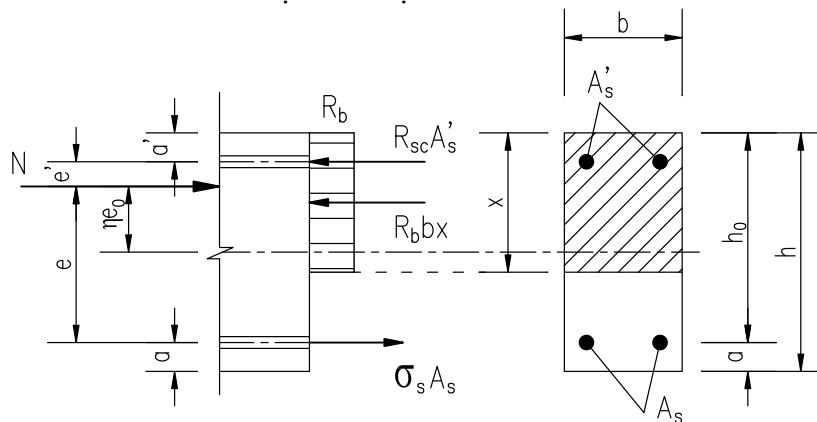
Trường đại học Dân lập Hải Phòng

## 1. Mở đầu

Năm 2005, Nhà nước ban hành TCXDVN 356 : 2005 "Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế" [1] thay thế TCVN 5574-91 [2]. Trong [1] các vấn đề chỉ mới được trình bày dưới dạng công thức cơ bản, do vậy việc nghiên cứu nhằm tìm cách vận dụng tiêu chuẩn là rất cần thiết.

Việc tính toán cấu kiện chịu nén lệch tâm lớn theo [1] về cơ bản không có gì khác so với [2]. Bài báo này trình bày cách tính toán tiết diện chữ nhật chịu nén lệch tâm bé được làm từ bê tông có cấp không quá B30 và cốt thép nhóm A-III trở xuống.

Sơ đồ tính toán của bài toán được thể hiện trên hình 1.



Hình 1. Sơ đồ nội lực và biểu đồ ứng suất

Theo [1] khi  $\xi = \frac{x}{h_0} > \xi_R$ : Điều kiện tính toán:

$$Ne \leq R_b bx(h_0 - 0,5x) + R_{sc} A'_s (h_0 - a') \quad (1)$$

Trong đó, chiều cao vùng chịu nén được xác định theo (2):  $N = R_b bx + R_{sc} A'_s - \sigma_s A_s$  (2)

$$\text{với:} \quad \sigma_s = \left(2 \frac{1 - x/h_0}{1 - \xi_R} - 1\right) R_s \quad (3)$$

$$\text{đồng thời:} \quad -R_{sc} \leq \sigma_s \leq R_s \quad (4)$$

Các kí hiệu được giải thích trên hình 1 và trong [1].

Công thức (3) là một điểm mới của [1] so với [2].

$$\text{Điều kiện áp dụng của (3):} \quad \xi_R h_0 < x \leq h_0 \quad (5)$$

## 2. Tính toán cốt thép đối xứng

### 2.1. Công thức lý thuyết

Bài toán gồm một hệ 4 phương trình (1), (2), (3) và phương trình  $A_s = A'_s$  với 4 ẩn số là  $A_s$ ,  $A'_s$ ,  $\sigma_s$  và  $x$ . Giải hệ này với chú ý rằng khi đặt cốt thép đối xứng thường gặp  $R_s = R_{sc}$ , ta được phương trình bậc ba đối với biến  $x$ :

$$x^3 + K_2 x^2 + K_1 x + K_0 = 0 \quad (6)$$

trong đó:

$$\left. \begin{aligned} K_2 &= -(2 + \xi_R)h_0 \\ K_1 &= \frac{2Ne}{R_b b} + 2\xi_R h_0^2 + h_0(1 - \xi_R)(h_0 - a') \\ K_0 &= \frac{-N[2e\xi_R + (h_0 - a')(1 - \xi_R)]h_0}{R_b b} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Giải phương trình bậc ba (6), tìm  $x$  thỏa mãn điều kiện (5).

Nếu tính ra được  $x > h_0$  có nghĩa là:  $\sigma_s = -R_s$  (8)

Khi đó tính lại  $x$  bằng cách giải hệ gồm 4 phương trình (1), (2), (3) và (8) tìm được:

$$x = \frac{1}{2} \left( h + \sqrt{h^2 - \frac{8N}{R_b b} \eta e_0} \right) \quad (9)$$

Điều kiện áp dụng của (8):  $h_0 < x \leq h$  (10)

Chiều cao vùng nén giải từ (6) hoặc (9) được xem là kết quả chính xác theo [1] nhưng cách giải phức tạp. Trong thực hành có thể tìm được các công thức gần đúng, tính toán đơn giản hơn để tiện sử dụng.

## 2.2. Công thức thực hành

### 2.2.1. Tính theo [3]

Chiều cao vùng nén được tìm theo cách tính đúng dần như sau:

i. Tính  $x_1 = \frac{N}{R_b b}$  (11)

ii. Tính  $A_{s1} = \frac{N(e - h_0 + 0,5x_1)}{R_{sc}(h_0 - a')}$  (12)

iii. Thay  $A_{s1}$  ở (12) và  $\sigma_s$  ở (3) vào (2), biến đổi tìm được:

$$x = \frac{N + 2R_s A_{s1} \left( \frac{1}{1 - \xi_R} - 1 \right)}{R_b b h_0 + 2 \frac{R_s A_{s1}}{1 - \xi_R}} h_0 \quad (13)$$

### 2.2.2. Theo nghiên cứu của tác giả

Biến đổi (6) thành phương trình bậc ba đối với biến  $\xi$ :

$$\xi^3 + F_2 \xi^2 + F_1 \xi + F_0 = 0 \quad (14)$$

$$\text{trong đó: } \left\{ \begin{aligned} F_2 &= -(2 + \xi_R) \\ F_1 &= 2n\varepsilon + \xi_R(1 + \delta) + (1 + n)(1 - \delta) \\ F_0 &= n(\delta - 1 - 2\varepsilon\xi_R) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\text{và } n = \frac{N}{R_b b h_0}; \varepsilon = \frac{\eta e_0}{h_0}; \delta = \frac{a}{h_0} = \frac{a'}{h_0} \quad (16)$$

$$\text{Điều kiện áp dụng (14): } \xi_R < \xi \leq 1 \quad (17)$$

Với mỗi tổ hợp các giá trị  $n_i$ ,  $\varepsilon_i$ ,  $\delta_i$  và  $\xi_{Ri}$  sẽ tìm được một giá trị  $\xi_i$  tương ứng bằng cách giải phương trình bậc ba (14). Dựa vào việc phân tích và xử lý kết quả tính toán với nhiều trường hợp khác nhau của  $n$ ,  $\varepsilon$ ,  $\delta$  và  $\xi_R$ , đề ra công thức gần đúng sau:

$$\xi = S_\varepsilon S_n S_{\xi_R} \quad (18)$$

trong đó:

$$\bullet \quad S_\varepsilon = 0,6\varepsilon^{-0,17} \quad (19)$$

$$\bullet \quad \left\{ \begin{array}{ll} S_n = 0,35n + 0,65 & \text{khí } n < 1 \\ S_n = 1 & \text{khí } n \geq 1 \end{array} \right\} \quad (20)$$

$$\bullet \quad S_{\xi_R} = \xi_R + 0,44 \quad (21)$$

Sau khi tính được  $\xi$  theo (18) cần kiểm tra theo điều kiện (17), nếu thỏa mãn thì tính:  $x = \xi h_0$ , nếu tính được  $\xi > 1$  thì cần tính lại  $x$  theo (9).

Một số công thức sau cũng cho kết quả tính toán  $x$  khá chính xác và tiện dụng:

$$x = \frac{N + 2\xi_{R_s} N_s}{R_b b h_0 + 2N_s} h_0 \quad (22)$$

$$\text{trong đó: } N_s = \frac{Ne - 0,49R_b b [h_0^2 - (\eta e_0)^2 (1 - \xi_R)^2]}{(1 - \xi_R)(h_0 - a')} \quad (23)$$

$$\text{hoặc: } x = \frac{(1 - \xi_R)(h_0 - a')N + 2\xi_{R_s} (Ne - 0,48R_b b h_0^2)}{(1 - \xi_R)(h_0 - a')R_b b h_0 + 2(Ne - 0,48R_b b h_0^2)} h_0 \quad (24)$$

Sau khi tính được  $x$  theo một trong các công thức nói trên, tính cốt thép theo (25):

$$A_s = A'_s = \frac{Ne - R_b b x (h_0 - 0,5x)}{R_{sc} (h_0 - a')} \quad (25)$$

Bảng 1 trình bày một số kết quả tính toán diện tích cốt thép theo các công thức tính toán  $x$  khác nhau. Sai số  $\Delta_s$  là so sánh diện tích  $A_s$  với kết quả được xem là chính xác.

**Bảng 1. So sánh kết quả tính toán cốt thép**

| Số liệu đầu vào |     |                |                |      |            | (6)<br>hoặc (9) |                 | Công thức (18) |                 |            | Công thức (24) |                 |            |
|-----------------|-----|----------------|----------------|------|------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|------------|----------------|-----------------|------------|
| b               | h   | R <sub>b</sub> | R <sub>s</sub> | N    | $\eta e_0$ | x               | A <sub>s</sub>  | x              | A <sub>s</sub>  | $\Delta_s$ | x              | A <sub>s</sub>  | $\Delta_s$ |
| mm              | mm  | $\frac{Mp}{a}$ | Mpa            | kN   | mm         | mm              | mm <sup>2</sup> | mm             | mm <sup>2</sup> | %          | mm             | mm <sup>2</sup> | %          |
| 250             | 500 | 17             | 365            | 1100 | 270        | 254             | 1099            | 251            | 1116            | 1.6        | 255            | 1091            | -0.7       |
| 250             | 500 | 17             | 365            | 1800 | 135        | 329             | 1374            | 321            | 1404            | 2.2        | 333            | 1361            | -0.9       |
| 250             | 500 | 17             | 365            | 2350 | 40         | 423             | 918             | 410            | 934             | 1.7        | 415            | 927             | 0.9        |
| 350             | 700 | 14.5           | 365            | 2000 | 390        | 381             | 2211            | 370            | 2276            | 3.0        | 383            | 2197            | -0.6       |
| 350             | 700 | 14.5           | 365            | 3000 | 200        | 472             | 2297            | 466            | 2323            | 1.1        | 477            | 2277            | -0.8       |
| 350             | 700 | 14.5           | 365            | 4000 | 60         | 594             | 1710            | 592            | 1713            | 0.2        | 585            | 1723            | 0.8        |
| 220             | 600 | 11.5           | 280            | 900  | 300        | 350             | 1141            | 344            | 1165            | 2.2        | 351            | 1138            | -0.2       |
| 220             | 600 | 11.5           | 280            | 1300 | 160        | 419             | 1212            | 426            | 1197            | -1.3       | 421            | 1208            | -0.4       |
| 220             | 600 | 11.5           | 280            | 1700 | 50         | 511             | 919             | 533            | 907             | -1.4       | 503            | 926             | 0.7        |
| 300             | 800 | 8.5            | 280            | 1500 | 440        | 507             | 2917            | 485            | 2988            | 2.4        | 509            | 2912            | -0.2       |
| 300             | 800 | 8.5            | 280            | 1850 | 220        | 573             | 1961            | 591            | 1923            | -1.9       | 574            | 1959            | -0.1       |

|     |     |     |     |      |    |     |      |     |      |      |     |      |     |
|-----|-----|-----|-----|------|----|-----|------|-----|------|------|-----|------|-----|
| 300 | 800 | 8.5 | 280 | 2300 | 70 | 686 | 1296 | 734 | 1271 | -1.9 | 677 | 1304 | 0.6 |
|-----|-----|-----|-----|------|----|-----|------|-----|------|------|-----|------|-----|

### 3. Tính toán cốt thép không đối xứng

Bài toán gồm một hệ ba phương trình (1), (2) và (3) nhưng có bốn ẩn số là  $A_s$ ,  $A'_s$ ,  $x$  và  $\sigma_s$ . Về mặt nguyên tắc, có thể chọn trước một trong bốn ẩn số nói trên để giải hệ tìm ra ba ẩn còn lại. Hệ phương trình nói trên có nhiều nghiệm, nhưng trong tính toán thực hành chỉ cần tìm ra một nghiệm hợp lý là được. Giá trị các nghiệm cần thoả mãn điều kiện hạn chế tương ứng: đối với  $\sigma_s$  là (4),  $x$  là (5) và (10), cốt thép là  $0 \leq A_s \leq A'_s$ .

#### 3.1. Chọn trước $A_s$ để tính toán

Khi chọn trước cho  $A_s$  một giá trị dương tùy ý, giải hệ ba phương trình (1), (2), (3) sẽ được hai phương trình bậc hai đối với  $x$  tương ứng với các điều kiện (5) và (10). Theo nghiên cứu của tác giả, diện tích cốt thép  $A_s$  ở các trường hợp chọn trước tuy rất chênh lệch nhau nhưng chỉ làm thay đổi ứng suất  $\sigma_s$  của nó mà ảnh hưởng rất ít đến cốt thép  $A'_s$ . Trường hợp đặc biệt khi chọn  $A_s = 0$  (đặt  $A_s$  theo cấu tạo và không kể vào trong tính toán), lúc này chỉ còn hai phương trình (1) và (2), giải ra:

$$x = a' + \sqrt{(a')^2 + \frac{2Ne'}{R_b b}} \quad (26)$$

Điều kiện áp dụng (26):  $2a' \leq x \leq h$ . (27)

#### 3.2. Chọn trước $x$ để tính toán

Có thể chọn trước cho  $x$  một giá trị tùy ý thoả mãn các điều kiện (5) hoặc (10). Sau khi có  $x$ , tính  $A'_s$  theo (25) và  $A_s$  theo (28):

$$A_s = \frac{R_b b x + R_{sc} A'_s - N}{\sigma_s} \quad (28)$$

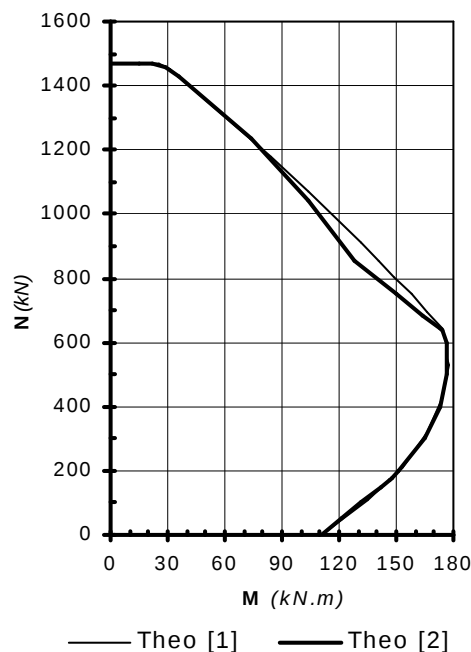
trong đó  $\sigma_s$  tính theo (3).

Tuy vậy bài toán chỉ có ý nghĩa vật lý khi chọn được  $x$  trong khoảng nghiệm hợp lý, thường là khá hẹp, của nó. Khi chọn  $x$  ra ngoài khoảng nói trên sẽ tính ra  $A_s$  có giá trị âm hoặc dương nhưng rất lớn, không đúng với thực tế.

#### 3.3. Chọn trước $A'_s$ hoặc $\sigma_s$ để tính toán

Có thể chọn trước  $A'_s$  hoặc  $\sigma_s$  để tính toán, tuy nhiên trên thực tế khoảng nghiệm hợp lý của chúng là rất khó dự đoán. Nếu chọn trước một giá trị không phù hợp sẽ tính ra kết quả cốt thép  $A_s$  không hợp lý, phải tính lại một số lần. Do vậy các cách chọn trước  $A'_s$  hoặc  $\sigma_s$  chỉ mang nhiều ý nghĩa lý thuyết.

### 4. Biểu đồ tương tác



Hình 2. Biểu đồ tương tác

Biểu đồ tương tác (BĐTT) là đường biểu diễn khả năng chịu mômen uốn và lực nén khi đã biết kích thước và bố trí cốt thép của tiết diện.

Hình 2 thể hiện một BĐTT theo [1] và [2] với các số liệu: tiết diện chữ nhật  $b = 250\text{mm}$ ,  $h = 500\text{mm}$ , bê tông cấp B15 (mác 200), cốt thép  $A_s = A'_s = 942\text{ mm}^2$  (3 $\phi$ 20) nhóm CII,  $a = a' = 40\text{mm}$ , cho  $l_0 = 3,6\text{m}$  và bỏ qua độ lệch tâm ngẫu nhiên.

Do được lập với các thông số đầu vào cụ thể nên đây là BĐTT có thứ nguyên và chỉ dùng được cho bài toán kiểm tra cường độ cho tiết diện đó. Trong thực hành người ta thường xây dựng BĐTT với các thông số không thứ nguyên, không những dùng được cho bài toán kiểm tra cường độ mà còn tính được cốt thép cho nhiều trường hợp khác nhau của tiết diện. Tập hợp các BĐTT không thứ nguyên sẽ cho họ BĐTT không thứ nguyên rất thuận tiện trong thực hành tính toán.

Sau đây là các bước lập BĐTT không thứ nguyên theo [1] cho tiết diện đặt cốt thép đối xứng.

Đặt:

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{N}{R_b b h_0}; \\ m &= \frac{N \eta e_0}{R_b b h_0^2} = n \frac{\eta e_0}{h_0}; \\ \delta &= \frac{a}{h_0} = \frac{a'}{h_0}; \\ \alpha &= \frac{A_s R_s}{R_b b h_0} = \frac{A'_s R'_s}{R_b b h_0}; \\ \theta &= \frac{\sigma_s}{R_s} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Biến đổi (2) thành:

$$n = \xi + \alpha(1 - \theta) \quad (30)$$

$$\bullet \text{ Khi } \xi \leq \xi_R \text{ thì } n = \xi \quad (31)$$

$$\bullet \text{ Khi } \xi_R < \xi \leq 1 \text{ thì } n = \xi + 2\alpha \frac{\xi - \xi_R}{1 - \xi_R} \quad (32)$$

$$\bullet \text{ Khi } \xi > 1 \text{ thì } n = \xi + 2\alpha \quad (33)$$

Biến đổi (1) thành:

$$m = \xi(1 - 0,5\xi) + (1 - \delta)(\alpha - 0,5n) \quad (34)$$

Để lập một BĐTT, cho  $\delta$  và  $\alpha$  một giá trị chọn sẵn, thông thường lấy  $\delta = 0,05 \div 0,15$ ,  $\alpha = 0,05 \div 1$ . Cho  $\xi$  thay đổi từ  $0 \div 1 + \delta$  sẽ tính ra các giá trị của  $m$  và  $n$  theo các biểu thức từ (30) ÷ (34). Mỗi cặp  $m$ ,  $n$  sẽ cho một điểm của BĐTT.

Với  $\delta$ ,  $\xi_R$  chọn sẵn, lại cho  $\alpha$  thay đổi trong khoảng đã chọn sẽ được một họ BĐTT. Cho  $\delta$  thay đổi sẽ được nhiều họ BĐTT khác nhau. Hình 3 thể hiện một họ BĐTT như vậy.

## 5. Kết luận và Kiến nghị

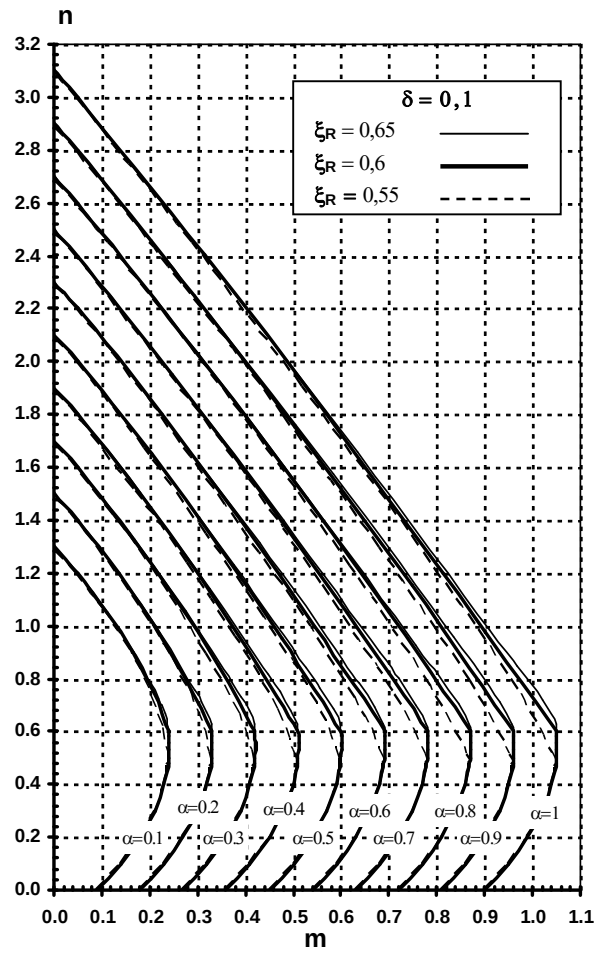
- Các công thức lý thuyết và thực hành tính toán cấu kiện chịu nén lệch tâm bé như đã trình bày ở trên có thể dùng được khi thiết kế theo [1]. Để tính toán chiều cao vùng nén  $x$  của bài toán cốt thép đối xứng, nên sử dụng phương trình bậc ba (6) và công thức (9) khi xây dựng các chương trình máy tính và nên sử dụng một trong các công thức (13), (18), (22) hoặc (24) khi tính tay. Khi tính toán tiết diện đặt cốt thép không đối xứng, nên tính  $x$  theo (26) và đặt  $A_s$  theo cấu tạo.

- Cách lập họ BĐTT không thứ nguyên theo nguyên lý đã trình bày ở trên là ngắn gọn, đơn giản và kết quả có thể sử dụng được trong thiết kế theo [1].

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- TCXDVN 356 : 2005. Kết cấu bê tông và bê tông cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế.
- TCVN 5574-91. Kết cấu bê tông cốt thép - Tiêu chuẩn thiết kế.

3. В.М. БОЛДАРЕНКО. Железобетонные и каменные конструкции, Москва, 2004.



Hình 3. Một họ BDTT không thứ nguyên theo [1]